

**APLICACION DEL FILTRO DE KALMAN A LA ESTIMACION DE
ELASTICIDADES VARIABLES EN EL MERCADO DEL
TRABAJO CHILENO (1974-85)***

**PATRICIO MELLER
RAUL LABAN**

Corporación de Investigaciones Económicas
para Latinoamérica, CIEPLAN

Abstract:

This paper aims to examine the changing nature of the relations between employment and real wages, and between employment and real output, in Chile during a period (1974-1985) which is plenty of structural reforms and policy changes. The application of the Kalman Filter serves our purpose of estimating changing elasticities.

Introducción

La economía chilena operaba con una tasa de desocupación que fluctuaba alrededor del 6% en la década del 60, y a partir del año 1975 la tasa de desocupación ha sido superior al 15%. Existe cierto consenso en torno a que los factores determinantes de esta alta tasa de desocupación estarían predominantemente relacionados a la demanda de trabajo (ver revisiones sobre este tema en Meller, 1984a, y Riveros, 1984).

Esto ha motivado una serie de distintos estudios orientados a analizar los factores determinantes de la demanda de trabajo, o estimaciones econométricas de funciones de empleo; estudios de este tipo son los de Eyzaguirre (1980), Solimano (1983), Riveros y Arrau (1984), Meller (1984b), Jadresic (1985a). Para una revisión de estos estudios ver Marcel (1986). Las conclusiones centrales de estos estudios son: (1) Los salarios reales

* Este trabajo forma parte del área de investigaciones de CIEPLAN sobre Macroeconomía y Empleo y ha tenido el apoyo del Centro Internacional de Investigaciones para el Desarrollo (CID-IDRC). Una versión preliminar de este trabajo ha sido presentada en el Encuentro Nacional de Economistas Chilenos (Santiago, enero de 1987); los autores agradecen los comentarios recibidos allí, y muy en particular los de Ricardo Matte. Como es obvio, los autores son los únicos responsables por el contenido de este artículo.

Nota del editor: Un Anexo Estadístico con todas las estimaciones en detalle se puede solicitar al editor o a los autores.

o costo de la mano de obra tienen un efecto pequeño (y a veces incluso ambiguo) sobre el nivel de empleo; aún más, en la mayoría de estos estudios no es posible rechazar la hipótesis nula de que las variaciones de salarios reales no afectan al nivel de empleo. (2) El nivel del producto juega un rol importante en la determinación del nivel de empleo; sin embargo, las elasticidades empleo-producto obtenidas han mostrado tener un poder predictivo bastante cuestionable.

Cabe señalar que hay otro tipo de estudios que discrepa en torno a la relación existente entre salarios reales y nivel de empleo en la economía chilena, observada con posterioridad a 1974. Utilizando el enfoque del modelo microeconómico neoclásico tradicional se sugiere que salarios reales rígidos o salarios reales crecientes serían la causa fundamental del desempleo. Para Castañeda (1983), aumentos en el salario mínimo real estarían "asociados con una reducción significativa en la probabilidad de conseguir empleo y muy probablemente con el aumento del desempleo", para Cox (1984), el incremento en el salario mínimo real y la indexación salarial serían los factores que explicarían el incremento de la tasa de desempleo del período 1974-80. Por otro lado, tanto Edwards (1980) como Riveros (1983) consideran que el crecimiento real del salario mínimo durante el proceso de apertura comercial sería un factor fundamental en la generación del desempleo industrial observado en el período 1976-79. Lo extraño en este último caso es que sólo una fracción muy reducida de los trabajadores del sector industrial recibe un salario cercano al salario mínimo¹. Pero más extraño aún es el hecho que durante la década del 60 también existían leyes de salario mínimo y éstas no generaron tasas de desocupación como las observadas a partir de 1975; además el salario mínimo real promedio del período 1965-70 es mayor que el salario mínimo (ingreso mínimo) real promedio del período 1975-80. ¿Cómo podría un salario mínimo real menor generar una desocupación sustancialmente mayor? (Meller, 1984a).

La evidencia empírica sobre la relación existente entre las remuneraciones reales y la tasa de desempleo en el período 1975-83 muestra lo siguiente (Meller, 1984a): (1) Los salarios reales no son en absoluto rígidos o inflexibles a la baja; hay 4 años en que los salarios reales caen en más de un 10 por ciento, e incluso en 2 de los años la caída es cercana al 20 por ciento. (2) Reducciones en los salarios reales están asociadas a incrementos en la tasa de desocupación; por otra parte, aumentos en los salarios reales están asociados a disminuciones en la tasa de desocupación (a este respecto el año 1976 constituye una excepción). (3) De manera concordante con lo anterior se observa que habría, en general, una asociación *positiva* entre la tasa de variación de los salarios reales y el crecimiento del empleo.

Un problema aparentemente paradójico es el hecho de que a pesar del persistentemente elevado nivel de desempleo que prevalece a partir de 1975 el salario real se haya incrementado a una tasa anual promedio de 8,8 por ciento entre 1976 y 1981 (Harberger, 1982). ¿Cómo puede haber un aumento en el salario real dada la gran magnitud de desocupados?, ¿por qué la persistentemente elevada tasa de desocupación no frena el aumento de salarios reales? La respuesta a este dilema es proporcionada por Cortázar (1983). Los sueldos y salarios nominales están determinados durante el período 1974-83 por la política gubernamental de reajustes de remuneraciones; i.e., "la variación de los salarios nominales en torno a su trayectoria de mediano plazo se convirtió en un instrumento más de política económica tal como el tipo de cambio nominal, el gasto público nominal, etc." La política gubernamental de reajuste de remuneraciones estaba en cierta medida ligada a la evolución del IPC (Índice de Precios al Consumidor), puesto que en el período 1976-81 se tiene una inflación decreciente (198 por ciento en 1976 y 9,5 por ciento en 1981), esto implica que el salario real reajustado aproximadamente, según la inflación pasada, tenga un valor creciente. En síntesis, el mercado del trabajo no

operó como un mercado, sino que estuvo "fuertemente condicionado por las acciones de la autoridad administrativa" (Cortázar, 1983).

El período post 1973 se ha caracterizado por una serie de reformas institucionales, sociales y económicas muy profundas. Una enumeración incompleta de éstas sería la siguiente: eliminación de controles de precios y liberalización de mercado, política de estabilización antinflacionaria, apertura externa y liberalización de importaciones, liberalización financiera interna, apertura de la Cuenta de Capitales, desregulación y liberalización del mercado del trabajo. Además, ha habido drásticos cambios de política cambiaria, salarial, tributaria, fiscal y monetaria. El hecho de que todas estas reformas y cambios de políticas económicas hayan sido aplicados coincidentemente en un período relativamente tan corto (1973-85), hace muy difícil sostener que el *ceteris paribus* que rodea el análisis de un mercado en particular haya permanecido tan *ceteris paribus*. Y éste es, justamente, un supuesto que es común a los distintos estudios mencionados previamente vinculados al análisis del mercado del trabajo.

Como ya lo señalara Lucas (1976), a nivel general, las distintas reformas y cambios de política económica alteran las relaciones existentes entre empleo y salario real, y entre empleo y producto. El objetivo central de este trabajo es examinar la naturaleza cambiante de dichas relaciones en un período tan fecundo en reformas y cambios de políticas; para este efecto se utiliza la técnica del filtro de Kalman que permite la estimación econométrica de elasticidades variables.

En síntesis, la crítica de Lucas (1976) plantea que cambios frecuentes de políticas se van a traducir en cambios frecuentes de la estructura de los modelos económicos, y esto afectará indudablemente los valores de los parámetros; luego, estudios econométricos que estimen parámetros constantes a través de un período caracterizado por cambios frecuentes de política pueden arrojar a conclusiones erróneas. La evolución de la economía chilena en el período 1973-85 proporciona un excelente estudio de caso para examinar la relevancia o irrelevancia del supuesto de constancia de los parámetros de un modelo económico; en este artículo se examinará particularmente lo que sucede con los factores determinantes de la demanda de trabajo.

1. Elementos teóricos de los factores determinantes de la demanda de trabajo

Resulta útil examinar los factores determinantes de la demanda de trabajo en dos contextos macroeconómicos distintos: economía cerrada y economía abierta.

En una economía cerrada el modelo neoclásico microeconómico tradicional plantea que el nivel de empleo E está determinado por el nivel de salarios reales w .² Una empresa competitiva optimizadora contrata mano de obra hasta el punto en que el valor de la productividad marginal de la misma (PME) se iguala con el precio del trabajo. En otras palabras, la productividad marginal se iguala al salario real w ; para distintos valores de w , *ceteris paribus*, la función PME proporciona el nivel de empleo demandado por la empresa. Luego, la PME pasa a constituirse en la función de demanda de trabajo $E_d = f(w)$. Puesto que se asume para el trabajo, como para los demás factores, una productividad marginal decreciente, la relación entre E_d y w es negativa: para que la empresa contrate más mano de obra se requiere una reducción en el salario real. El análisis realizado para una empresa perfectamente competitiva se extiende para el conjunto de la economía y así (ignorando problemas de agregación) se obtiene la demanda de trabajo de toda la economía.

Para operacionalizar este enfoque suele suponerse que la firma representativa actúa en un marco de competencia perfecta en los mercados de bienes y factores, maximiza beneficios y dispone de una función de producción CES, con retornos constantes, del tipo:

$$Y = \gamma[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)E^{-\rho}]^{-1/\rho},$$

en que Y , K y E son los niveles de producción, capital y trabajo, γ , δ y ρ son, respectivamente, los parámetros de eficiencia, distribución y sustitución. Es así como la igualdad de la productividad marginal del trabajo con el salario real proporciona la ecuación, muy popular en la década del 60, de Arrow *et al.* (1961):

$$\ln \frac{Y}{E} = a_0 + a_1 w \quad (1.1)$$

En esta expresión el coeficiente a_1 corresponde a la elasticidad de sustitución entre factores productivos. La mayor parte de la literatura empírica se centró en la estimación de esta elasticidad de sustitución. Obsérvese que dicha elasticidad, con signo negativo, corresponde a la elasticidad empleo-salario. En realidad, la elasticidad de sustitución es el mecanismo que filtra el impacto de las variaciones de salarios reales sobre el nivel de empleo; mientras mayor sea el valor de la misma, mayor será el impacto negativo sobre el empleo de un alza de salarios reales, por cuanto más fácil será la sustitución de trabajo por capital.

Una extensión del presente análisis puede obtenerse al despejar E de la expresión (1.1). Además, si se supone que la función de producción CES no tiene, necesariamente, retornos constantes a escala, entonces es factible que el coeficiente de la variable correspondiente al nivel de producción sea distinto de 1. Luego, $E = E(w, Y)$, y, en términos operacionales:

$$\ln E = b_0 + b_1 \ln w + b_2 \ln Y \quad (1.2)$$

La expresión (1.2) indica que hay dos factores centrales que afectan la absorción de empleo: i) el salario real w cuyo impacto es claramente negativo; ii) el nivel de producción Y cuyo impacto es positivo (mayores niveles de producción requieren una mayor contratación de mano de obra). Así, en la expresión (1.2), dado el nivel de salarios reales w , es el nivel de producción el que determina el nivel de empleo. Este es uno de los atractivos que posee la expresión (1.2), por cuanto permite considerar en un mismo modelo dos posiciones antagónicas en torno a cómo incrementar el nivel de empleo, por una parte, la variable salarios reales reflejará la posición microeconómica neoclásica, mientras que, por otra parte, la variable producción sería una especie de proxy de la posición macroeconómica keynesiana³.

En una economía cerrada, en el modelo keynesiano simple, es la demanda agregada la que determina el nivel de actividad económica; es decir, la demanda efectiva o el gasto de los agentes económicos determina el nivel de producción. Esto es lo que se dio en llamar la Ley de Keynes (o principio de la demanda efectiva), en que "la demanda crea su propia oferta".

El modelo básico macroeconómico de la IS y la LM proporciona el equilibrio del mercado de bienes (curva IS) y el equilibrio del mercado monetario (curva LM). De la intersección de las curvas IS y LM para distintos valores exógenos del nivel de precios P , se obtiene la curva de demanda agregada de la economía; la misma corresponde a la

cantidad de bienes demandada por el conjunto de los agentes económicos, o también a su gasto (planeado). La curva de oferta agregada, en este caso, resulta ser horizontal, correspondiendo al supuesto de que el mecanismo de precios es rígido en el corto plazo. Luego, la intersección de la demanda agregada y la oferta agregada determina el nivel de producción de la economía. Nótese que, dado que la curva de oferta es perfectamente elástica, resulta ser la posición de la curva de demanda agregada la que determina el nivel de actividad económica; es decir, políticas económicas que desplacen la demanda agregada harán variar el nivel de producción de la economía, sin alterar el nivel de precios.

Una vez obtenido el nivel de producción de la economía Y en función de la demanda agregada, es posible obtener, por medio de la función inversa de la función de producción, el nivel de empleo de la economía; o sea, $E = g(Y, K)$. Si la cantidad de mano de obra utilizada es inferior a aquella correspondiente al pleno empleo, entonces habrá desempleo involuntario; es decir, los cesantes están dispuestos a trabajar a un salario similar o incluso inferior al que tenían antes de quedar desocupados, pero no pueden hacerlo, pues no encuentran empleo.

Según este enfoque, la economía puede funcionar con equilibrio en el mercado de bienes y en el mercado monetario (el punto de intersección de la IS y la LM) y, simultáneamente, presentar desempleo en el mercado del trabajo; este nivel de desempleo (involuntario) puede mantenerse persistentemente en el corto plazo y su eliminación requerirá aumentar el nivel de actividad económica elevando la demanda agregada. El aumento del nivel de producto Y se traduce en un aumento en el nivel de empleo E , originándose así las llamadas funciones de empleo, que serían el equivalente a la función inversa de la función de producción. Este tipo de funciones también fue muy popular en la literatura empírica de la década de los 60. Una operacionalización simple de este enfoque sería la siguiente:

$$\ln E = a_0 + a_1 \ln Y \quad (1.3)$$

En esta expresión el coeficiente a_1 representa la elasticidad (bruta) empleo-producción. Esta expresión sólo sería válida para el corto plazo; para el largo plazo se requeriría incluir, al menos, variables adicionales vinculadas a la expansión de la capacidad productiva y al cambio tecnológico.

Nótese que el nivel de empleo que hay en la economía ha sido determinado sin examinar lo que sucede en el mercado del trabajo. Hasta ahora los salarios reales no han aparecido en el análisis (si bien estarían implícitos en el argumento de algunas de las componentes del gasto); luego, en el enfoque keynesiano simple, el salario real no es la variable clave que se ajusta para igualar oferta y demanda de mano de obra y equilibrar, así, el mercado de trabajo.

Un modelo keynesiano más complejo es el modelo de desequilibrio de Barro-Grossman (1971) (ver también Malinvaud, 1977). El punto central del modelo de desequilibrio keynesiano es que las decisiones de producción de las empresas se basan en las demandas efectivas y no en las potenciales, y por ello la existencia de un déficit de demanda agregada se torna posible, generando desempleo involuntario.

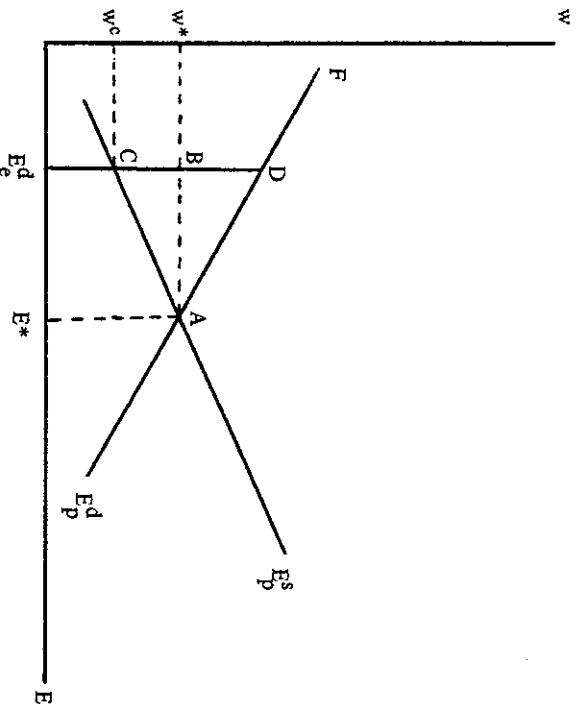
La existencia de desocupación involuntaria implica que hay un exceso de oferta en el mercado del trabajo; es decir, hay trabajadores dispuestos a emplearse al nivel de salario vigente en el mercado (o incluso a un nivel inferior de salarios), pero el número de puestos es inferior a la oferta de mano de obra. Luego, los trabajadores enfrentan un racionamiento de demanda en el mercado del trabajo; o sea, la teoría de la desocupación involuntaria está conectada con la teoría del racionamiento. El referido racionamiento del mercado del trabajo está relacionado y, más aún, depende del racionamiento de demanda

existente en el mercado de bienes. Las empresas no pueden vender todos los bienes que producen, por tanto reducen el nivel de producción y esto se traduce en una disminución en el número de puestos de trabajo (Barro-Grossman, 1971; Malinvaud, 1977).

En síntesis, el marco teórico para analizar el problema de la desocupación involuntaria es aquel en que se supone racionamiento tanto en el mercado de bienes como en el mercado del trabajo; así, pues, coexisten simultáneamente un exceso de oferta de bienes (ESB) con un exceso de oferta de trabajo (EST). Aún más, los dos tipos de racionamiento están ligados entre sí y tienen tal dirección de causalidad que, para examinar cuáles son las políticas económicas necesarias para combatir la desocupación involuntaria, pareciera razonable concentrarse fundamentalmente en analizar los factores determinantes del nivel de demanda agregada en el mercado de bienes (Malinvaud, 1977).

Supongamos que el punto A representa, en el Gráfico 1, una situación de equilibrio general de la economía, o sea de equilibrio simultáneo en el mercado de bienes y en el mercado del trabajo.

GRAFICO 1



Es el nivel de empleo y w es la tasa de salario real; E_d^p y E_s^p son la demanda y oferta de trabajo, respectivamente, obtenidas a partir del comportamiento optimizador neoclásico tradicional de los agentes económicos y correspondientes a la demanda y oferta potenciales de trabajo; E^* y w^* son, por su parte, los niveles de equilibrio del mercado del trabajo.

Supongamos ahora que un factor exógeno produce una caída en la demanda de bienes y que, además, el mecanismo de precios tiene una velocidad de ajuste gradual (i.e., nula o rígida en el corto plazo). Esto originará un exceso de oferta de bienes; este ESB implicará que la demanda efectiva de mano de obra, E_e y el nivel previamente vi-

gente de salarios reales w^* , determinarán el punto B en el mercado del trabajo, el cual estará fuera de la curva de demanda potencial de trabajo. En otras palabras, cuando las empresas enfrentan restricciones de ventas en el mercado de bienes, la demanda de mano de obra se torna inelástica en el mercado del trabajo; así, a partir del punto D, DA representa la demanda potencial de mano de obra pero DC es la demanda efectiva de trabajo. Luego, dada la restricción de ventas enfrentada por las empresas, que requiere un nivel de empleo E_e para satisfacerla, la curva de demanda de trabajo pasa a ser FDBC. Es importante señalar que esta demanda de trabajo puede ser derivada a partir del comportamiento optimizador de las empresas⁴.

Un aspecto interesante de este modelo en desequilibrio (para economía cerrada) radica en el hecho que si la economía se encuentra en el punto C del Gráfico 1, para alcanzar el nivel de empleo de equilibrio E^* , esto se logra con un incremento de salarios reales. En este caso, el aumento de salarios reales de los trabajadores genera un aumento en el nivel de ingreso real de éstos, y de esta manera incrementa su demanda en el mercado de bienes y así contribuye a reducir el ESB y eliminar el racionamiento que enfrentan las empresas en el mercado de bienes. En síntesis, la trayectoria del punto C al punto A se produce con un incremento simultáneo en el nivel de salarios reales y en el nivel de empleo.

En consecuencia, en dos modelos distintos de una economía cerrada la reducción de la desocupación o incremento del empleo es vía: (i) una reducción de salarios reales según el modelo neoclásico, o, (ii) un incremento de salarios reales según el modelo keynesiano. Malinvaud (1977) ha sintetizado estos dos enfoques ilustrando cómo en un mismo modelo distintas condiciones pueden generar un desempleo neoclásico (por exceso de salarios reales) o un desempleo keynesiano (por déficit de demanda agregada).

El análisis anterior se modifica para el caso de una economía abierta. En este caso es posible observar que tanto el modelo neoclásico como el modelo keynesiano son coincidentes en torno a la relación existente entre empleo y salarios reales, particularmente cuando se tiene una pequeña economía abierta que enfrenta una severa restricción externa. Para reducir o eliminar la restricción externa, que es el cuello de botella de la expansión económica, es imprescindible aumentar el nivel de competitividad internacional, y esto se logra abaratando relativamente el costo de producción local, lo cual implica aumentar la productividad y/o reducir el precio de los factores productivos locales. En síntesis, para aumentar el nivel de empleo en una economía abierta que tiene una restricción externa dominante al menos en el corto plazo, esto implicaría una reducción de los salarios reales. Para un análisis más extenso y profundo sobre este tema ver Cortázar (1986)⁵.

En síntesis, distintos contextos macroeconómicos, desempleo neoclásico y desempleo keynesiano, grado de apertura de la economía, alteran la relación existente entre el nivel de empleo y el nivel de salarios reales. La economía chilena durante el período 1975-85 ha estado expuesta a estos distintos contextos macroeconómicos. Luego, a nivel teórico, es posible observar que debiera esperarse inestabilidad e incluso cambios de signos en los parámetros que vinculan empleo y salario real; estimaciones econométricas tradicionales de modelos uniecuacionales con parámetros constantes que no consideren estos cambios de contexto macroeconómico pueden proporcionar resultados cuya interpretación económica y numérica puede ser totalmente errónea.

II. Elementos metodológicos del Filtro de Kalman⁶

Uno de los supuestos cruciales de los métodos econométricos tradicionales es suponer *a priori* la constancia de los parámetros. Desde el punto de vista econométrico había distintas razones para suponer que los parámetros de varios modelos no son constantes *a priori*, sino que varían con el tiempo; éstas son (Sarris, 1973; Cooley y Prescott, 1973; Maddala, 1977)⁷: (i) shocks, que a veces producen cambios económicos permanentes, ejemplo, guerra; (ii) la existencia de no-linealidades; (iii) problemas de agregación; (iv) errores de especificación. No obstante lo anterior, pareciera ser más relevante para una economía latinoamericana la crítica de Lucas (1976) en cuanto a que cambios frecuentes de la política económica, y generalizando, cambios en el contexto macroeconómico, institucional y político introducen cambios e inestabilidad en los parámetros estructurales de los modelos económicos (ver Cortázar, 1986; Frenkel, 1986).

El método del Filtro de Kalman permite la estimación econométrica de modelos que poseen "parámetros variables"⁸. La característica central de este método es que el vector de parámetros β_t , que es potencialmente distinto para cada período t , está vinculado al vector de parámetros de períodos anteriores a través de una matriz de transición que se supone conocida *a priori*. A continuación se proporcionará una descripción detallada del método del Filtro de Kalman.

1. Descripción del problema

Supongamos que se tiene un set de m variables de estados ("estados de la naturaleza") que cambian a través del tiempo. En la mayoría de los casos estas variables no son directamente observables, estando sujetas a una distorsión sistemática así como a una contaminación por "ruido".

Las n variables que se observan están definidas por un vector $n \times 1$, y_t , y están relacionadas a las variables de estado a través de una "ecuación de medición". Si las variables de estado están contenidas en un vector $m \times 1$, β_t , esta ecuación se puede escribir como

$$y_t = x_t \beta_t + u_t \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2.1)$$

donde x_t es una matriz fija de variables explicativas de orden $n \times m$. El vector $n \times 1$ de perturbaciones u_t , se supone tiene las propiedades tradicionales de distribución normal, $E(u_t) = 0$ y matriz covarianza, H_t .

El vector de estado, β_t , no es directamente observable, pero se supone que sus variaciones están gobernadas por un proceso bien definido que se representa por la "ecuación de transición", que corresponde a una estructura markoviana de primer orden⁹.

$$\beta_t = T \beta_{t-1} + v_t \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2.2)$$

T es una matriz fija $m \times m$ y v_t es un vector $m \times 1$ de perturbaciones o shocks aleatorios con las propiedades tradicionales de distribución normal multivariada, $E(v_t) = 0$ y matriz covarianza, Q_t .

Las perturbaciones de ambas ecuaciones se suponen seriamente no correlacionadas. Adicionalmente, se supone que no existe una correlación entre ellas en cada período, ni tampoco con el vector de estado inicial, β_0 . Estos supuestos se pueden resumir de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim RB \begin{bmatrix} 0, & \begin{pmatrix} H_t & 0 \\ 0 & Q_t \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad t = 1, \dots, T \quad (2.3)$$

con $E(\beta_0 u_t) = 0$, $E(\beta_0 v_t) = 0$ $t = 1, \dots, T$
donde RB significa "ruido blanco".

Esta representación de un modelo lineal dinámico se conoce como "la forma espacial de estado" ("the state space form"), y proporciona un marco general para analizar los modelos de serie de tiempo con componentes no observables. Al vincularlo a los modelos de regresión, se obtiene una herramienta muy útil para estimar modelos con coeficientes (parámetros) variables.

Para observar la imposibilidad de estimar el vector de estado β_t a través de la técnica de estimación tradicional de mínimos cuadrados ordinarios, utilicemos la notación matricial para el problema en cuestión

$$Y = XB + u \quad (2.4)$$

donde

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_T)' \quad (2.5)$$

donde (') denota el transpuesto

$$B = (\beta_1', \beta_2', \dots, \beta_T')' \quad (2.6)$$

$$U = (u_1, u_2, \dots, u_T)' \quad (2.7)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & x_T \end{bmatrix}$$

El vector Y es de orden $nT \times 1$, B de orden $mT \times 1$ y X una matriz de orden $nT \times mT$. Para aplicar mínimos cuadrados ordinarios (MCO), la matriz $(X'X)$ debe ser invertible. Esta matriz de orden $nT \times nT$ tiene rango, a lo sumo, igual a n . Por lo tanto, no hay suficientes grados de libertad para estimar B . La conclusión de esta discusión es que no hay forma de estimar B , a menos que tengamos mayor disponibilidad de información sobre el vector de estado, es decir, de la estructura de la ecuación de transición. Una de las posibles formas que puede tomar esta ecuación es la supuesta en (2.2); sin restringir los coeficientes a una determinada estructura es imposible su estimación¹⁰. Dicha formulación, aun cuando sencilla, permite así una resolución relativamente simple del problema en cuestión; sin embargo, es bastante flexible, por cuanto posibilita incluir variaciones en un amplio rango de los siguientes elementos: (i) la influencia de la estructura pasada, y (ii) la incidencia de los elementos estocásticos. Incluso cabe señalar que la combinación de una matriz T igual a la identidad con una matriz Q_t nula reduce la técnica de estimación del algoritmo del Filtro de Kalman al método MCO. En consecuencia, el supuesto *a priori* de constancia de los parámetros de un modelo de regresión es simplemente un caso particular del método de estimación del Filtro de Kalman.

2. Estimación de las restricciones *a priori*

Con la estructura markoviana adoptada en (2.2) el vector de estado $\{\beta_t\}$ está restringido a un patrón particular de evolución en el tiempo. Sin embargo, se ignora el nivel del cual parte este patrón y la dispersión que puede tener en la base, y , por lo tanto, a través del tiempo. Es decir, se requiere información sobre la distribución *a priori* del vector B (en notación matricial). Así, el problema se compone de dos partes. Primero, hay que encontrar un B inicial, $\{\beta_0\}$, que mejor se ajuste a los datos, y la matriz de covarianza asociada a éste; luego hay que calcular la distribución *a posteriori* del vector de estado B_t ocupando esta información. Veamos cómo sería el procedimiento de estimación.

Reconsideremos el modelo planteado en (2.1) y (2.2) para el caso uniecuacional ($n = 1$); definamos la matriz H_t de la siguiente forma:

$$E(u_t^2) = \sigma_{ut}^2 \quad y \quad E(u_t u_s) = 0 \quad \forall t \neq s \quad (2.9)$$

Para la ecuación (2.2) definamos Q_t como

$$E(v_t^2) = \sigma_{vt}^2 \quad y \quad E(v_t v_s) = 0 \quad \forall t \neq s \quad (2.10)$$

con lo cual se supondrá que:

$$u_t \sim N(0, \sigma_{ut}^2); \quad v_t \sim N(0, \sigma_{vt}^2) \quad (2.11)$$

Para poder aplicar la técnica de Filtro de Kalman se necesita conocer la matriz T , es decir, la estructura *a priori* impuesta en los coeficientes, β_0 y σ_{v0}^2 , y además σ_{u0}^2 :

Con excepción de la matriz de transición T , las otras restricciones *a priori* se obtienen directamente de los datos; luego el problema se reduce a encontrar estimadores iniciales para las restricciones *a priori*, para así luego aplicar el filtro. Para esto expresamos β_k en términos de β_0 .

$$\beta_k = T\beta_{k-1} + v_k = T(T\beta_{k-2} + v_{k-1}) + v_k = T^2\beta_{k-2} + T v_{k-1} + v_k = \dots$$

$$\beta_k = T^k \beta_0 + \sum_{j=1}^k T^{k-j} v_j \quad (2.12)$$

Sustituyendo en (2.1), para $t = k$, tenemos

$$y_k = x_k \beta_k + u_k = x_k T^k \beta_0 + \sum_{j=1}^k T^{k-j} v_j + u_k \quad (2.13)$$

$$\text{Definiendo } \epsilon_k = u_k + \sum_{j=1}^k T^{k-j} v_j \quad y \quad z_k = x_k T^k \beta_0$$

$$\text{tenemos } y_k = z_k \beta_0 + \epsilon_k \quad (2.14)$$

Tomando

$$X = [z_1', z_2', \dots, z_T']' \quad y \quad e = [\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_T']'$$

La relación descrita por (2.13) se puede escribir compactamente como,

$$Y = Z\beta_0 + e \quad (2.15)$$

El vector e se distribuye normal multivariado con media $E(e) = 0$, y matriz covarianza dada por:

$$E(\epsilon_k^2) = E[x_k \sum_{j=1}^k T^{k-j} v_j + u_k] [u_k + \sum_{j=1}^k v_j T^{k-j}] x_k \quad (2.16)$$

Desarrollando se obtiene

$$E(\epsilon_k^2) = \sigma_{u0}^2 + \sigma_{v0}^2 x_k \left(\sum_{j=1}^k T^{k-j} T^{k-j} \right) x_k' \quad (2.17)$$

$$E(\epsilon_k \epsilon_t') = E[x_k \sum_{j=1}^k T^{k-j} v_j + u_j] [u_t' + \sum_{j=1}^t v_j' T^{t-j}] x_j' \quad (2.18)$$

de la cual se obtiene

$$E(\epsilon_k \epsilon_t') = \sigma_{v0}^2 x_k \left(\sum_{j=1}^1 T^{k-j} T^{t-j} \right) x_t' \quad \text{si } k > t \quad (2.19)$$

$$E(\epsilon_k \epsilon_t') = \sigma_{v0}^2 x_k \left(\sum_{j=1}^k T^{k-j} T^{t-j} \right) x_t' \quad \text{si } k < t$$

La covarianza de e se puede escribir como $E(ee') = \sigma_{u0}^2 I + \sigma_{v0}^2 R$, donde I es una matriz identidad $n \times n$, y R es una matriz conocida $T \times T$ cuyos elementos son de la forma

$$R_{ij} = x_i \left(\sum_{j=1}^{\min(i,j)} T^{i-n} T^{j-n} \right) x_j' = R_{ji} \quad (2.20)$$

$$\text{Definiendo } \theta = \sigma_{v0}^2 / \sigma_{u0}^2, \text{ y escribiendo } E(ee') = \sigma_{u0}^2 (I + \theta R) = \sigma_{u0}^2 P(\theta) \quad (2.21)$$

Es decir, los residuos no están bien comportados.

Si se estiman las restricciones utilizando MICO se obtendrán estimadores que, siendo insesgados, no son de mínima varianza. Luego se sugiere utilizar mínimos cuadrados generalizados (MCG), lo que proporciona estimadores MELI¹¹ para β_0 y σ_{u0}^2 . Si, además, recordamos el supuesto que u y v se distribuyen normalmente, el estimador de β_0 será igual al obtenido por el método de máxima verosimilitud (MV) y tendrá la propiedad de ser MVB¹².

El estimador de σ_{uo}^2 obtenido por MCG es un estimador insesgado; en cambio, no sucede lo mismo con el obtenido por MV, aunque el sesgo es insignificante para un T grande.

Por MCG se obtienen los siguientes estimadores para β_0 y σ_{uo}^2 .

$$\hat{\beta}_0(\theta) = (Z'P^{-1}(\theta)Z)^{-1}Z'P^{-1}(\theta)Y \quad (2.22)$$

$$\hat{\sigma}_{uo}^2(\theta) = \frac{[Y - Z\hat{\beta}_0(\theta)]'P^{-1}(\theta)[Y - Z\hat{\beta}_0(\theta)]}{T - k} \quad (2.23)$$

Sustituyendo (2.22) en (2.23) se obtiene

$$\hat{\sigma}_{uo}^2(\theta) = \frac{Y'P(\theta)^{-1}[1 - Z'P(\theta)^{-1}Z]Z'P(\theta)^{-1}Y}{T - k} \quad (2.24)$$

De esta forma hemos obtenido los estimadores de β_0 y σ_{uo}^2 , pero éstos están condicionados al valor de θ .

Expresando el logaritmo de la función de MV de y obtenemos,

$$L(y; z, \beta_0, \sigma_{uo}^2, \theta) = -T/2 \ln(2\pi) - T/2 \ln \sigma_{uo}^2 - T/2 \ln |P(\theta)| - \frac{1}{2\sigma_{uo}^2} (Y - Z\beta_0)'P(\theta)^{-1}(Y - Z\beta_0) \quad (2.25)$$

donde $|P(\theta)|$ denota el determinante de $P(\theta)$. Los valores de β_0 y σ_{uo}^2 que maximizan esta función son la expresión (2.22) para β_0 y

$$\hat{\sigma}_{uo}^2(\theta)_{MV} = \frac{T - k}{T} \hat{\sigma}_{uo}^2(\theta), \text{ que ha sido obtenido en (2.24).}$$

$\hat{\sigma}_{uo}^2(\theta)_{MV}$ es un estimador sesgado del verdadero σ_{uo}^2 .

Para encontrar un estimador para θ se sustituye $\hat{\beta}_0(\theta)$ y $\hat{\sigma}_{uo}^2(\theta)_{MV}$ en (2.25), con lo cual se obtiene

$$L(y, z, \theta) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln \frac{1}{T} [Y'P^{-1}[I - Z(Z'P^{-1}Z)^{-1}Z'P^{-1}]Y] - \frac{1}{2} \ln |P(\theta)| - \frac{T}{2} \quad (2.26)$$

La maximización de esta función con respecto a θ , proporciona el estimador de MV de θ .

Luego, si se dispone de los estimadores consistentes de $\hat{\beta}_0$, $\hat{\sigma}_{uo}^2$ y $\hat{\theta}$, solamente queda establecer una estructura *a priori* para la matriz de transición T, para iniciar el análisis de estimación de los coeficientes variables.

3. Estimación de los coeficientes variables

En esta sección se proporcionan las ecuaciones de predicción y actualización para la variable de estado y su matriz de covarianza. El papel que juegan estas ecuaciones es combinar la nueva información en y_t con la información ya disponible en los predictores óptimos,

$$\hat{y}_{t/t-1} = T' \hat{y}_{t-1} \quad (2.27)$$

para el vector de estado, y

$$\hat{Q}_{t/t-1} = T' \hat{Q}_{t-1} T' + Q_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.28)$$

para su matriz varianza-covarianza, que corresponde a los estimadores lineales que minimizan el error cuadrático medio¹³.

El error cometido al predecir y_t con la información disponible en $t-1$ es

$$\hat{\epsilon}_t = y_t - \hat{y}_{t/t-1} = x_t [\beta_t - x_{t-1} \hat{\beta}_t] + u_t \quad (2.29)$$

La estimación de la matriz de coeficientes es la solución al siguiente problema de "extracción de señales"¹⁴.

$$\min E(y_t - x_t \hat{\beta})^2 \quad (2.30)$$

B_t

sujeto a las siguientes condiciones

$$y_t = x_t \beta_t + u_t$$

y

$$\beta_t = T \beta_{t-1} + v_t$$

donde los estimadores para β_t se obtienen, recursivamente, a través del algoritmo del Filtro de Kalman de la siguiente forma

$$\hat{\beta}_t = \hat{\beta}_{t/t-1} + \hat{Q}_{t/t-1} x_t' F_t^{-1} (y_t - x_t \hat{\beta}_{t/t-1}) \quad (2.31)$$

$$\hat{Q}_t = \hat{Q}_{t/t-1} - \hat{Q}_{t/t-1} x_t' F_t^{-1} x_t \hat{Q}_{t/t-1} \quad (2.32)$$

$$\text{donde } F_t = x_t \hat{Q}_{t/t-1} x_t' + H_t \quad (2.33)$$

Las ecuaciones (2.31), (2.32) y (2.33) componen el sistema de ecuaciones de actualización¹⁵.

En resumen, el Filtro de Kalman es un set de ecuaciones que permite que los coeficientes y predicciones se actualicen cuando nuevas observaciones se hacen disponibles. Este proceso se realiza en dos etapas. Primero se forma el predictor óptimo de las observaciones siguientes, dada toda la información hasta ese momento disponible. Luego se incorpora la nueva observación al estimar el vector de estado, usando las ecuaciones de actualización (2.31), (2.32) y (2.33). El Filtro de Kalman da una solución óptima al problema de actualización y de predicción. Si las observaciones se distribuyen normalmente y si los estimadores corrientes del vector de estado son los mejores disponibles, el estimador de predicción y el de actualización también lo serán. Es decir, si la estimación inicial es MYB también lo serán los obtenidos en las ecuaciones (2.27) y (2.31). En la ausencia del supuesto de normalidad se da un resultado similar pero sólo en la clase de estimadores y predictores lineales inesgados (MELI).

Dada la estocasticidad del vector de estado es necesario tener cautela con la interpretación del resultado obtenido. La atención se debe centrar en el error de estimación y predicción antes que en el estimador en sí. Es por esto que es necesario distinguir entre el concepto de estimador lineal mínimo cuadrático medio (ELMCM) y estimador mínimo cuadrático medio (EMCM). El primero, equivaldría a la propiedad de MELI, siendo más restrictivo que el segundo, el cual es vigente bajo el supuesto de normalidad.

Las ecuaciones de filtración se aplicarían, recursivamente, cada vez que una nueva información se hace disponible, y este procedimiento implica una disminución del peso que tienen las estimaciones más lejanas sobre la estimación actual¹⁶.

III. Resultados obtenidos

El método del Filtro de Kalman ha sido aplicado para la obtención de la evolución de las elasticidades empleo-salario (real) y empleo-producto de la economía chilena en el período 1974-85. Para este efecto se han utilizado series trimestrales a nivel sectorial y agregado; los sectores analizados son: industria, construcción, agricultura, minería, comercio y transporte.

La ecuación básica estimada es la siguiente:

$$\ln E_t = \beta_{1t} + \beta_{2t} \ln Y_t + \beta_{3t} \ln w_t$$

Los datos trimestrales de empleo agregado y sectorial provienen de Jadresic (1986b). Los datos trimestrales de producto agregado y sectorial provienen de Arrau (1986). Para la variable w_t se han elaborado series trimestrales agregadas y sectoriales del costo real de la mano de obra; las fuentes básicas de información provienen del INE para salarios sectoriales¹⁷, las cuales han sido multiplicadas por el coeficiente de evolución que ha tenido el impuesto correspondiente a la previsión social (que se basa en un porcentaje de la planilla de sueldos); la información sectorial de costo nominal de la mano de obra ha sido deflactada en general por el índice sectorial correspondiente proveniente del IPM (Índice de Precios al por Mayor)^{18, 19}.

Para los estimadores *a priori* que se requieren para la aplicación del método del Filtro de Kalman se ha efectuado lo siguiente: (1) La estimación de MCG aplicados a toda la muestra 1974-85 proporciona los estimadores iniciales para β_0 y σ^2_0 . Como se señaló en la sección anterior, estos estimadores son inesgados, consistentes y de varianza mini-

ma. (2) Para el parámetro θ se ha utilizado un valor base de 0.2. Posteriormente se han realizado análisis de sensibilidad (sectorial y agregada) para valores alternativos de θ , cuyo rango fluctúa entre 0.05 y 0.5. Hay que recordar que $\theta = \sigma^2_v / \sigma^2_u$. A nuestro juicio, la varianza de las perturbaciones estocásticas del término aleatorio (σ^2_u) del modelo económico estructural es *mayor* que la varianza de las perturbaciones estocásticas del término aleatorio que afecta a la evolución de las elasticidades (σ^2_v); esto quiere decir que los agentes económicos no reaccionan de una manera tan aleatoria ante cambios de política económica. Luego valores pequeños de θ (por ejemplo 0.05) corresponderían al caso cercano a constancia de los parámetros, mientras que valores grandes de θ (por ejemplo 0.5) corresponden a reacciones (casos) no anticipadas de cambios de política económica. (3) Con respecto a la matriz de transición T , se ha usado una matriz diagonal (implícitamente se supone que existe independencia entre las elasticidades), con el valor 0.8 como elemento constante. Posteriormente se han realizado análisis de sensibilidad para valores de la diagonal de T que fluctúan entre 0.5 y 0.9. Una matriz de T diagonal que sea igual a la matriz identidad implica que cualquier cambio que experimente el vector de coeficiente β_t con respecto al vector β_{t-1} se debe exclusivamente a factores aleatorios, i.e., el coeficiente del período t sigue una trayectoria del tipo "random walk"; en ese caso, cuando la matriz T es igual a la matriz identidad y además la matriz Q_t es una matriz nula, el método del Filtro de Kalman se transforma en el procedimiento económico tradicional de MICO, en que se va agregando sucesivamente una nueva observación al proceso de estimación. Por otra parte, valores de los elementos de la diagonal que sean muy pequeños (por ejemplo, inferiores a 0.5), le asignarían una pequeña incidencia a los valores trimestrales de períodos anteriores; la estructura del pasado pierde rápidamente su influencia en el comportamiento del período actual. En cambio, con valores que fluctúan entre 0.5 y 0.9 la estructura del pasado mantiene una influencia declinante para los períodos más lejanos, manteniéndose vigente para un período de 1 trimestre a 3 años. Es por ello que se ha escogido un rango para los elementos de la diagonal de T que fluctúa entre 0.5 y 0.9, seleccionándose el valor 0.8 como ilustrativo de dicho rango.

Los gráficos 2 a 8 y cuadros 1 a 7²⁰ proporcionan los valores obtenidos para las elasticidades empleo-producto y empleo-salario real, para *cada trimestre* del período 1974-85. Además, en los gráficos se proporcionan los estimadores de dichas elasticidades obtenidas a través del procedimiento tradicional de estimación MICO (aplicado a todas las observaciones del período 1974-85).

En primera instancia y en líneas generales, los resultados obtenidos parecerían sugerir: (1) Los valores de las elasticidades de los distintos sectores muestran variaciones y fluctuaciones aparentemente importantes. (2) El estimador *único*, obteniendo por el procedimiento MICO, no ilustra ni sintetiza de manera satisfactoria las variaciones que experimentan las elasticidades. En realidad, la evolución de las elasticidades que han sido obtenidas por el procedimiento del Filtro de Kalman proporciona un interesante material empírico que puede posibilitar una mejor comprensión del comportamiento del mercado del trabajo a nivel de cada sector, y ante los importantes cambios del contexto macroeconómico y de políticas económicas que experimenta la economía chilena en el período 1974-85. Por ello, parece importante examinar separadamente los resultados obtenidos tanto a nivel agregado como sectorial. Para este efecto, y dada la naturaleza del procedimiento econométrico utilizado (la selección de los valores *a priori* de la base inicial), el análisis se hará a partir del año 1975; implícitamente se supone que se requieren 4 períodos (trimestrales) para que el vector de coeficientes estructurales alcance su estado más permanente.

A nivel agregado, en relación a la evolución de la elasticidad empleo-producto, habría dos períodos distintos: el período 1974-81 que se caracterizaría por tener una elas-

tividad bastante estable con un valor que fluctuaría levemente en torno a 0,56. El período 1982-85 se caracteriza por presentar alta inestabilidad en los valores de la elasticidad empleo-producto; además, hay un quiebre visible entre 1981 y 1982 con respecto al patrón de evolución previa que tenía dicha elasticidad. El estimador MICO de 0,68 sobreestimaría lo sucedido en el período 1975-81 e ignoraría los valores altamente fluctuantes del período 1982-85. En relación a la evolución de la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra (CMOR), habría 3 periodos distintos. Un primer período 1975-77 en que se tiene una elasticidad negativa con un valor muy bajo de $-0,02$; un segundo período 1977-81 con una elasticidad positiva con un valor muy bajo de $+0,02$; un tercer período 1982-85 con una elasticidad negativa fluctuante en torno a valores de $-0,09$. El estimador MICO para todo el período es $-0,07$.

En el sector industrial tanto para la elasticidad empleo-producto y empleo-costo real de la mano de obra (CMOR) se distinguen 3 periodos. Para la elasticidad empleo-producto: (i) 1975-76, tiene un valor cercano a 0,40; (ii) 1977-81, tiene un valor muy estable de 0,27; (iii) 1982-85, valores muy fluctuantes, crecientes e inestables, llegando a 0,56 y reduciéndose hasta 0,38. El estimador MICO para todo el período es 0,34. Para la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra: (i) 1975-76, valor estable de -21 ; (ii) 1977-81, valor estable de $-0,11$; (iii) 1982-85, valores muy fluctuantes, crecientes (en módulo) e inestables, llegando a $-0,24$ y retomando a $-0,16$. El estimador MICO para todo el período es $-0,11$.

En el sector construcción, para la elasticidad empleo-producto se observa: (i) 1976-80, un valor estable de 0,63; (ii) 1981-85, valores no muy estables en torno a 0,80. El estimador MICO para todo el período es 0,71. Para la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra se observa: (i) 1975-76, valores fluctuantes negativos entre $-0,08$ y $-0,14$; (ii) 1977-80, valores fluctuantes negativos en torno a $-0,20$; (iii) 1982-85, valores fluctuantes positivos en torno a 0,06. El estimador MICO para todo el período es cercano a 0,0.

En el sector comercio, para la elasticidad empleo-producto se observa: (i) 1975-76, valores declinantes entre 1,0 y 0,84; (ii) 1977-81, valores declinantes entre 0,83 y 0,71; (iii) 1982-85, valores fluctuantes en torno a 0,8. El estimador MICO para todo el período es 0,86. Para la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra se observa: (i) 1975-77, valores decrecientes (en módulo) de $-0,39$ a $-0,36$; (ii) 1977-81, valores decrecientes (en módulo) de $-0,36$ a $-0,24$; (iii) 1982-85, valores fluctuantes en torno a $-0,29$. El estimador MICO para el período es $-0,31$.

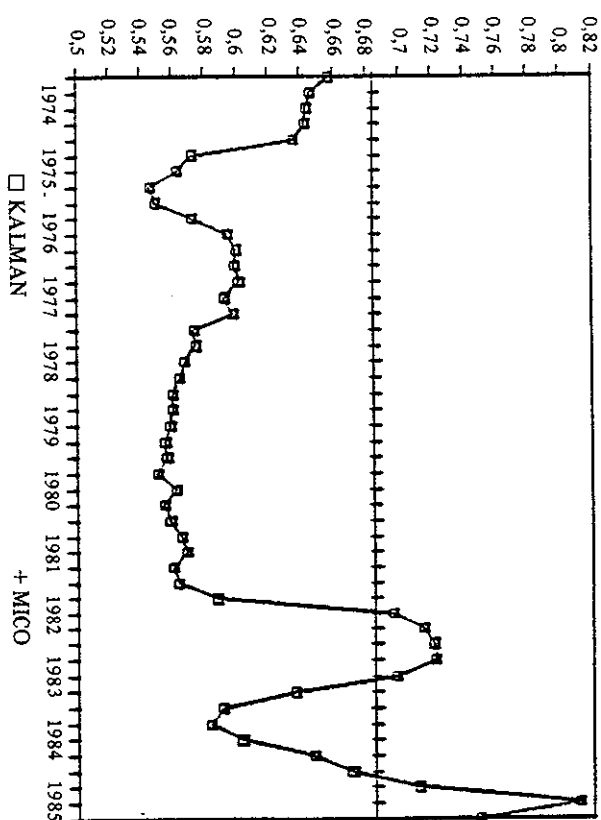
En el sector agricultura, debido a la naturaleza trimestral de los datos, es posible observar la estacionalidad de los valores de la elasticidad empleo-producto. A pesar de que hay ciertas variaciones en los valores de la elasticidad empleo-producto, las dimensiones cuantitativas de ésta son prácticamente irrelevantes; los valores obtenidos son muy pequeños y oscilan entre 0,07 y 0,10. Algo análogo sucede con los valores de la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra, en que, a pesar de cambio de signo de valores, éstos son cuantitativamente muy pequeños, observándose que la mayor parte de los valores está entre $-0,03$ y $+0,01$.

En el sector minería, para la elasticidad empleo-producto se observa: (i) 1975-81, valores negativos estables en torno a $-0,41$; (ii) 1982-84, valores negativos declinantes (en módulo) de $-0,54$ a $-0,43$. Para la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra se observan valores negativos fluctuantes y declinantes (en módulo) pero cuantitativamente muy reducidos, i.e., entre $-0,03$ y $-0,11$.

En el sector transportes se aprecian valores fluctuantes de las elasticidades, pero en rangos reducidos. La mayor parte de los valores de la elasticidad empleo-producto fluctúa

GRAFICO 2

AGREGADO: ELASTICIDAD EMPLEO-PGB



AGREGADO: ELASTICIDAD EMPLEO-CMOR

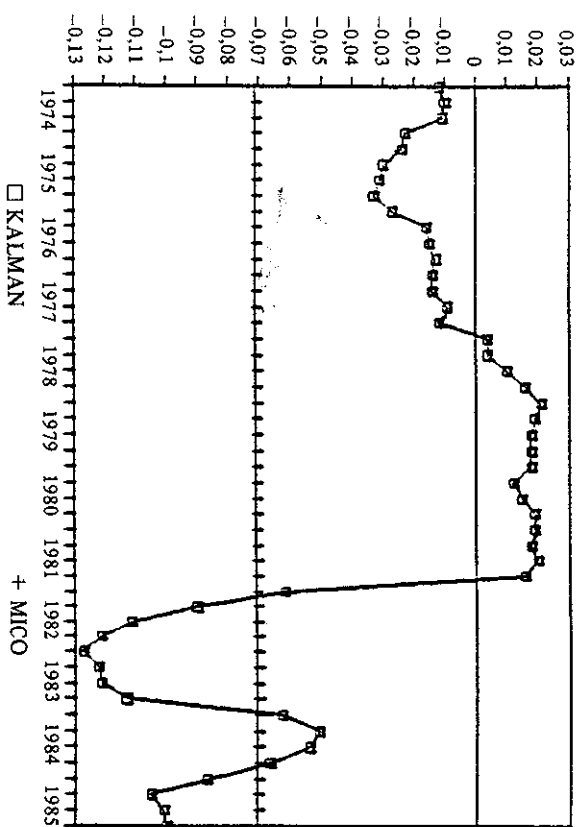
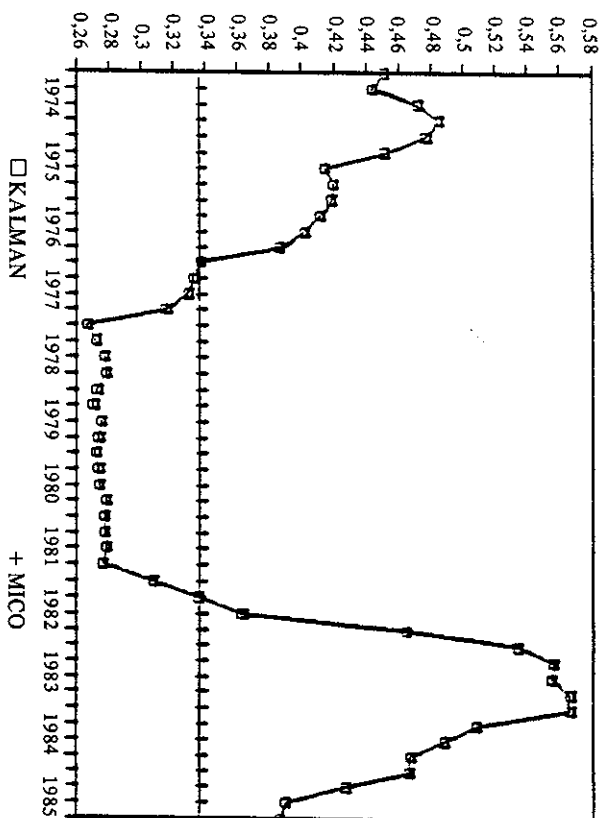


GRÁFICO 3
INDUSTRIA: ELASTICIDAD EMPLEO-PRODUCTO



INDUSTRIA: ELASTICIDAD EMPLEO-CMOR

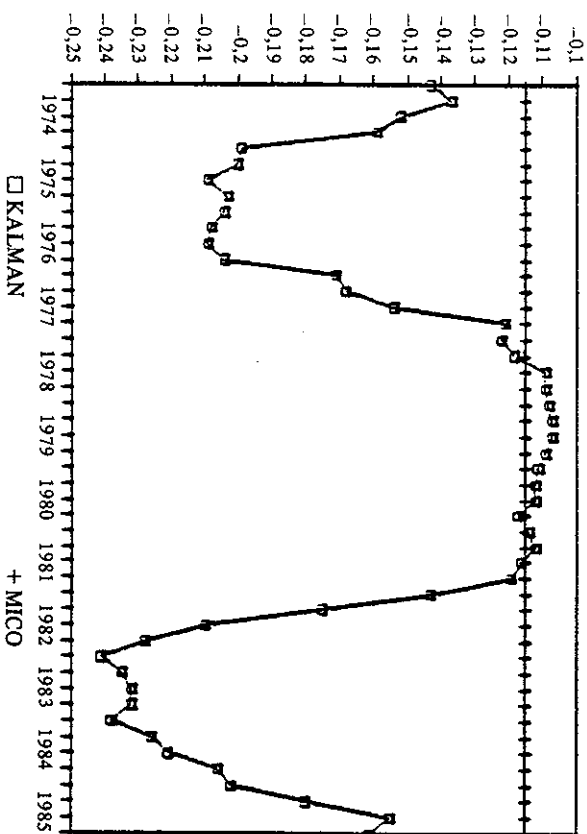
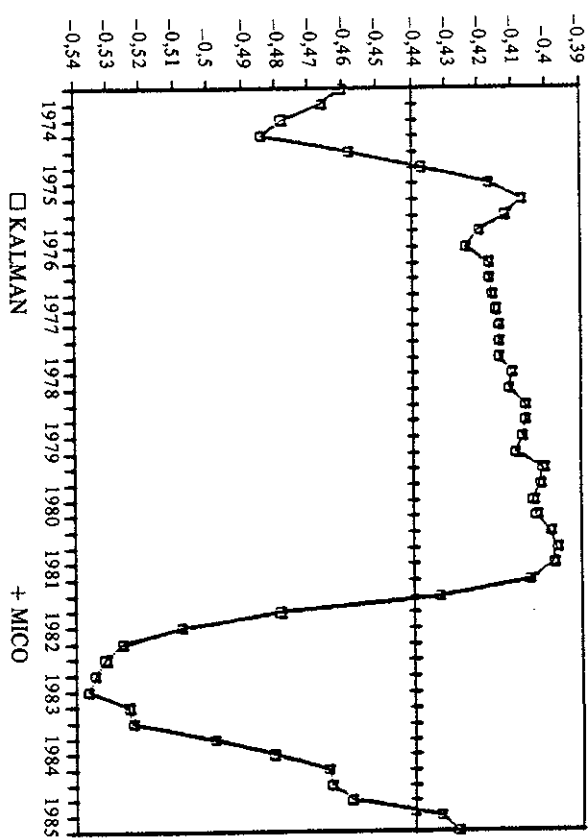


GRÁFICO 4
MINERIA: ELASTICIDAD EMPLEO-PRODUCTO



MINERIA: ELASTICIDAD EMPLEO-CMOR

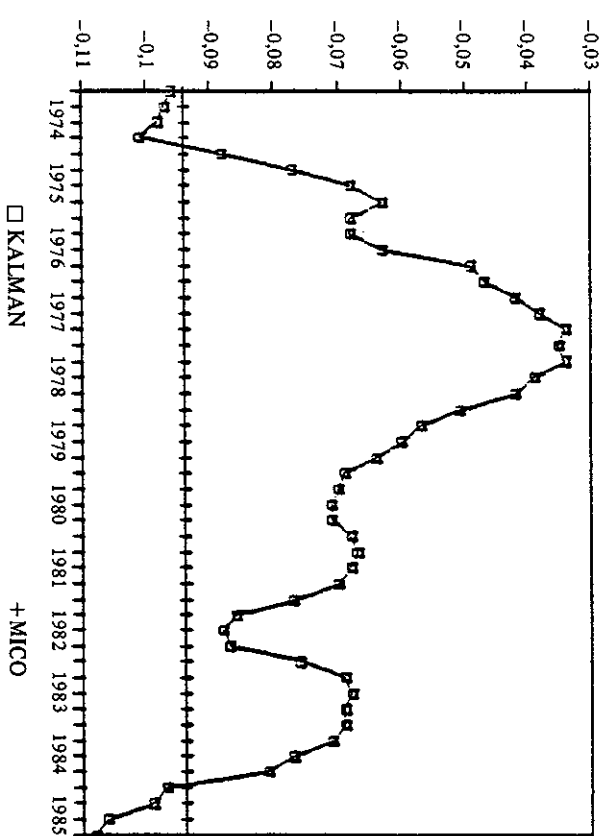
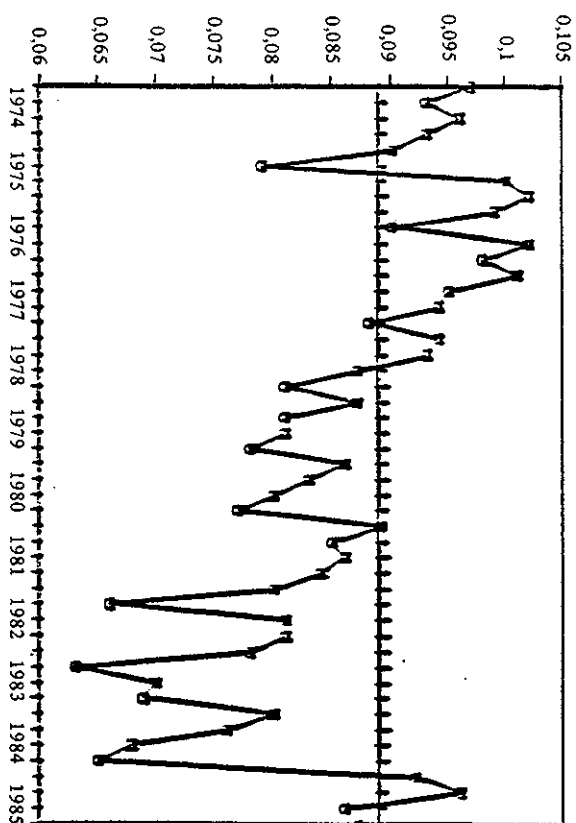


GRAFICO 5

AGRICULTURA: ELASTICIDAD EMPLEO-PRODUCTO



AGRICULTURA: ELASTICIDAD EMPLEO-CMOR

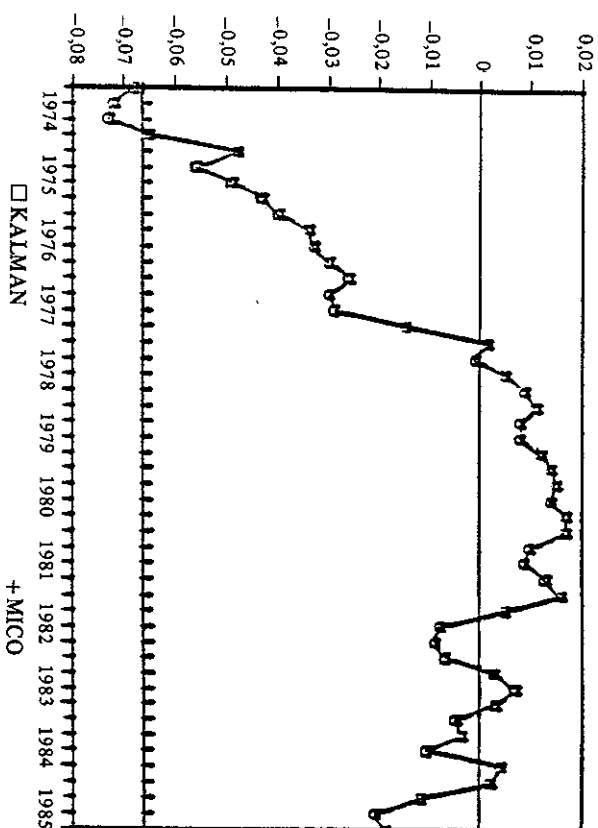
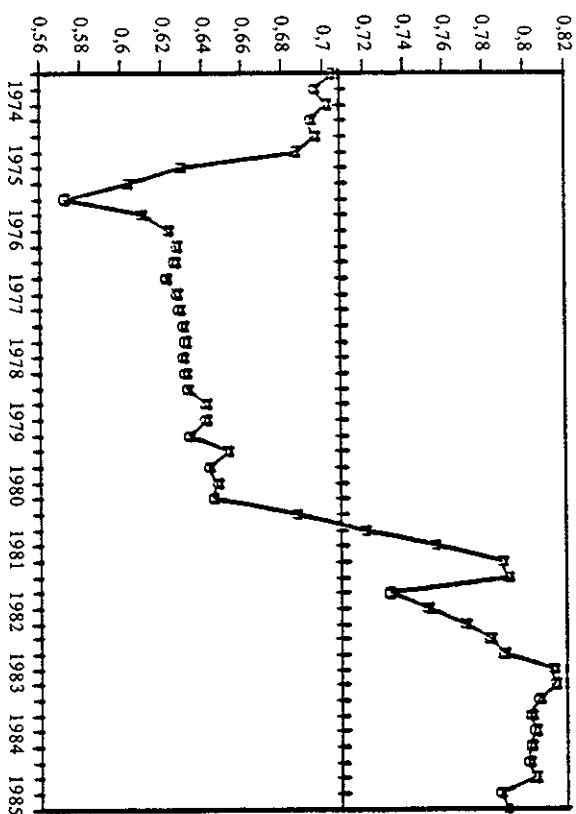


GRAFICO 6

CONSTRUCCION: ELASTICIDAD EMPLEO-PRODUCTO



CONSTRUCCION: ELASTICIDAD EMPLEO-CMOR

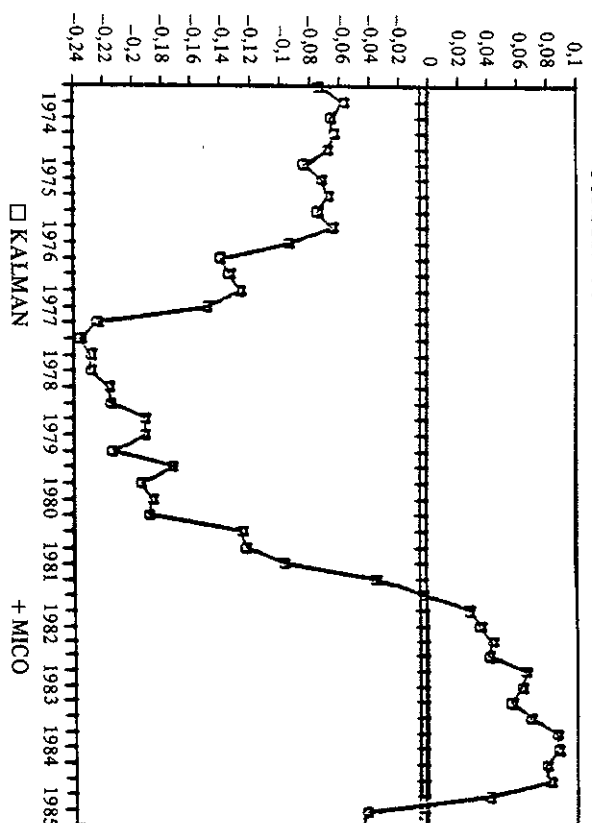
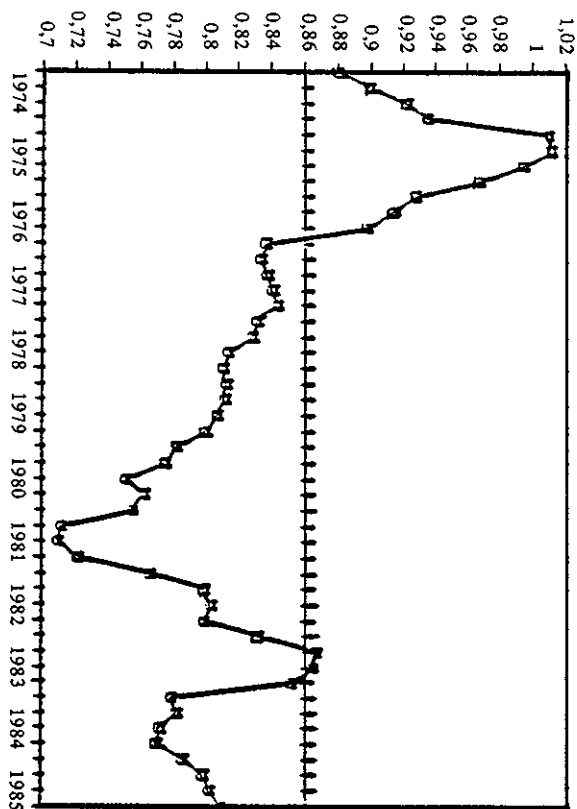


GRÁFICO 7
COMERCIO: ELASTICIDAD EMPLEO-PRODUCTO



COMERCIO: ELASTICIDAD EMPLEO-CMOR

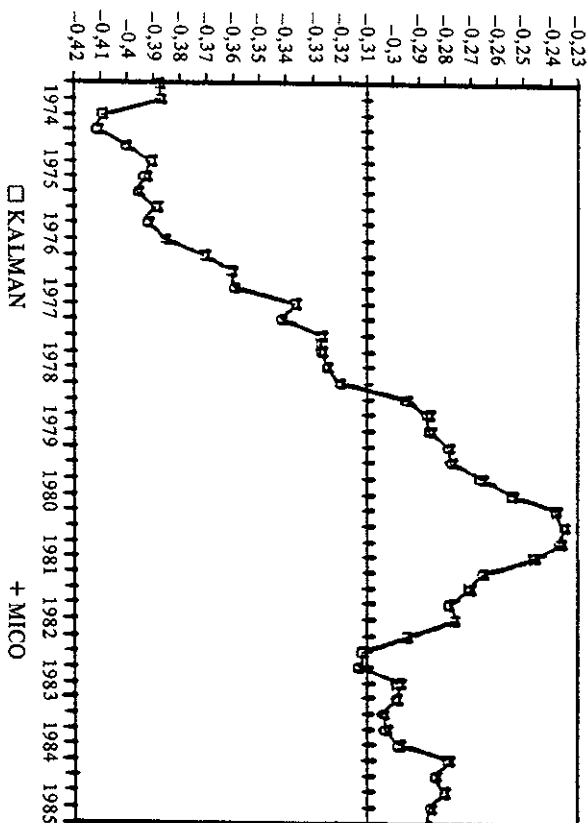
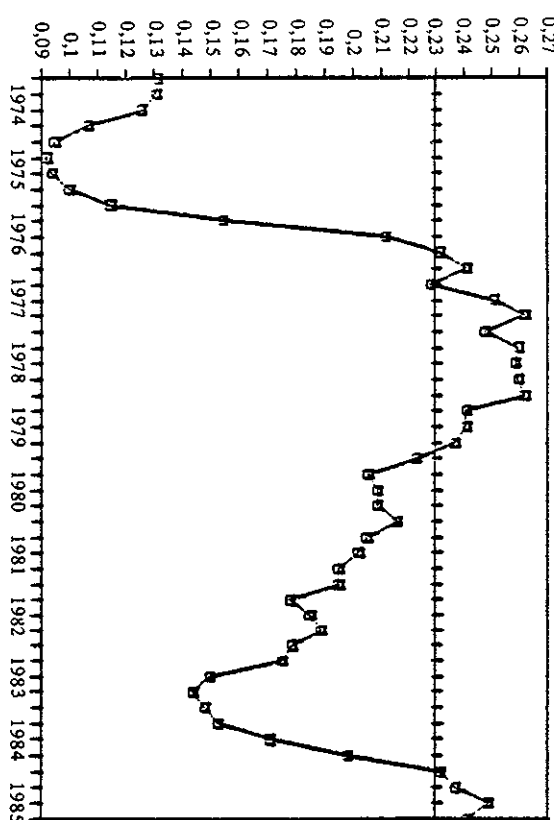
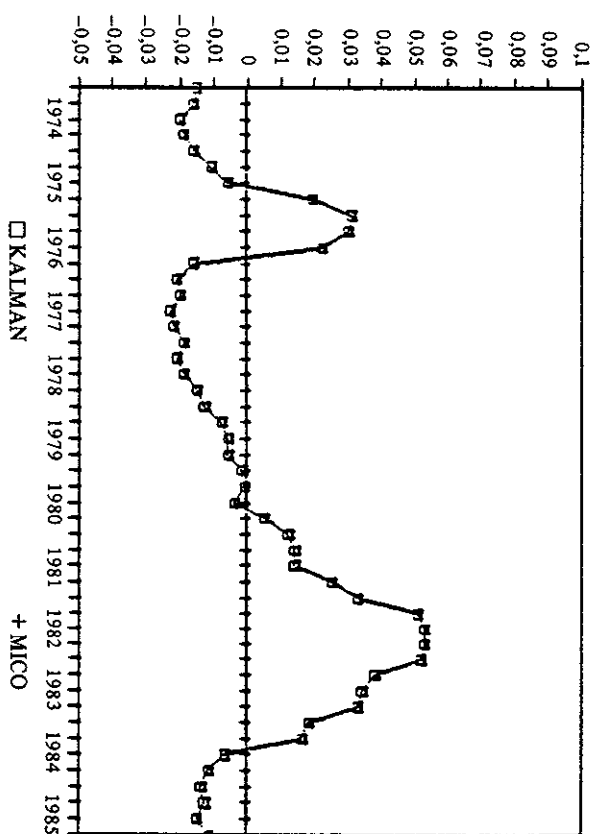


GRÁFICO 8
TRANSPORTE: ELASTICIDAD EMPLEO-PRODUCTO



TRANSPORTE: ELASTICIDAD EMPLEO-CMOR



tuía entre 0,15 y 0,26. La mayor parte de los valores de la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra fluctúa entre $-0,02$ y $+0,05$.

Los resultados previamente descritos podrían sintetizarse de la siguiente manera. En el período 1975-85 la economía chilena habría estado expuesta a tres contextos macroeconómicos distintos: (i) 1975-76, período recesivo sujeto a una política macroeconómica contractiva estabilizadora antiinflacionaria que produce un elevado incremento en la tasa de desocupación, acompañado de una caída importante en el nivel de salarios reales; (ii) 1977-81, período expansivo de apertura comercial, liberalización financiera y abundancia de créditos externos. En este período hay una expansión importante de los sectores productores de bienes no transables, coincidente con un incremento de salarios reales (debido a la regla de indexación a la inflación pasada en un contexto en que se tiene una inflación declinante) y un aumento en el nivel de empleo. (iii) Post 1981, comienza un prolongado período recesivo, caracterizado por el ajuste que es necesario hacer para reducir el desequilibrio externo; en este período prevalece una severa restricción de recursos externos. El impacto del ajuste es severo y prolongado, y entre otras medidas se aplica una desindexación salarial; el colapso financiero produce numerosas quiebras de empresas, la tasa de desocupación sube al 30%, el PGB cae durante dos años sucesivos, los salarios reales se reducen en más de un 20%, los niveles de deuda de la mayoría de los agentes económicos alcanzan niveles considerables en relación a su patrimonio.

Los 3 contextos macroeconómicos previamente descritos afectan de manera muy diferente a los mercados laborales de los distintos sectores económicos. Para este efecto se supondrá que la presencia de elasticidades variables (constantes) implica un alto (bajo) impacto del contexto macroeconómico prevaiente. Para el caso chileno, la dicotomía tradicional de sectores transables y no transables no resulta ser de mucha utilidad, debido al comportamiento muy diferente de los subsectores. Veamos por ejemplo lo que sucede con los sectores transables: industria, agricultura y minería. El sector industrial está claramente influido por el contexto macroeconómico global, pero éste tiene un impacto relativamente reducido en la agricultura y la minería. Específicamente, la apertura externa influye y reduce la elasticidad empleo-producto del sector industrial, cuando la economía tiene un mayor grado de protección, ya sea vía aranceles o tipo de cambio, esta elasticidad experimenta un incremento cuantitativamente importante (por ejemplo, de 0,26 a 0,40). En cambio, en la agricultura y la minería, aparentemente los factores tecnológicos de largo plazo son sustancialmente más importantes que los cambios de política macroeconómica de corto plazo para el funcionamiento del mercado del trabajo; es por ello que las elasticidades empleo-producto son relativamente muy estables, desde el punto de vista cuantitativo. Algo análogo sucede con respecto a las fluctuaciones que experimenta la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra. En los sectores agricultura y minería esta elasticidad fluctúa en un rango de valores que son cuantitativamente muy pequeños: $-0,03$ a $+0,02$ para la agricultura y $-0,03$ a $-0,10$ para la minería. Luego, en estos sectores, agricultura y minería, un cambio en los precios relativos de los factores productivos tiene un impacto muy reducido sobre el uso de mano de obra. En el caso del sector industrial, la situación es algo diferente, por cuanto la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra fluctúa entre $-0,11$ y $-0,24$. Resulta interesante observar que esta elasticidad disminuye (en módulo) en aquel período de mayor apertura externa en que hay abundancia relativa de recursos externos; en este caso, la competencia de un mayor volumen de bienes importados toma más inelástica la sustitución entre factores productivos en la industria local. Esto, aparentemente, se revierte en los períodos recesivos en que existe una restricción externa.

Algo análogo sucede con los subsectores que componen el sector no-transable. Los sectores construcción y comercio experimentan distintas evoluciones ante cambios en los contextos macroeconómicos; por otra parte, en el sector transporte, la evolución de las elasticidades pareciera depender en mayor medida de factores tecnológicos de largo plazo que de cambios en los contextos macroeconómicos. En el sector construcción se aprecia un quiebre en la elasticidad empleo-producto en torno al año 1981; pre 1981, en que se tiene un período de gran expansión de este sector, la elasticidad declina hasta oscilar en torno a 0,62, lo cual sugeriría un incremento en el grado de mecanización de este sector y/o una mayor edificación de construcciones relativamente menos intensivas en mano de obra; con posterioridad a 1981, la construcción es el sector que experimenta la mayor contracción en este prolongado período recesivo, y ahora se observa un aumento de la elasticidad empleo-producto al valor de 0,8, lo cual sugeriría esta vez que habría un mayor uso relativo de la mano de obra y/o una mayor edificación relativa de obras relativamente más intensivas en mano de obra. Luego, estos cambios del contexto macroeconómico, se traducen en un incremento de la elasticidad empleo-producto del sector construcción de 0,62 a 0,80. En cambio, en el sector comercio ha habido una sostenida disminución de la elasticidad empleo-producto entre 1975 y 1981 desde un valor cercano a 1,0 a 0,7, lo cual sugeriría que habría habido un incremento en el uso de maquinaria de este sector y/o un mayor incremento de locales mayores, en los cuales habría economía de escala; en el período post 1981 hay un incremento de esta elasticidad en los años recesivos 1981 y 1983 para estabilizarse en torno a un valor de 0,80. En relación a la evolución de la elasticidad empleo-costo de la mano de obra, en el sector comercio se aprecia una disminución (en módulo) gradual de ésta de $-0,39$ en 1975 a $-0,24$ en 1981 para estabilizarse en torno a $-0,29$ en 1985; la mayor mecanización o cambio de composición del tamaño de locales comerciales haría reducir esta elasticidad. Con respecto al sector construcción, no es obvio el sentido económico que tiene la evolución de la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra.

Dado lo anterior, pareciera que tiene poca utilidad la estimación global agregada de todos los sectores, por cuanto sería una suma de sectores que tienen un comportamiento muy diferente. Sin embargo, en línea generales, la evolución de las elasticidades empleo-producto y empleo-costo real de la mano de obra a nivel agregado, ilustraría sintéticamente el quiebre observado en 1981-82. En efecto, pre 1981, a pesar de los distintos cambios de política económica, el funcionamiento del mercado del trabajo tiende a ajustarse de manera gradual al nuevo contexto macroeconómico prevaiente. En cambio, a partir de 1982 se observan grandes fluctuaciones con tendencias que se reverten en la evolución de los valores de las elasticidades; esto podría interpretarse como un predominio de un comportamiento aleatorio de los agentes económicos en un contexto en el cual no hay una percepción de la extensión que puede llegar a tener la recesión que se inicia en 1982, combinado a una pérdida de credibilidad en la política económica de las autoridades.

Cabe señalar que los estadísticos t , F y R^2 de cada ecuación son notoriamente elevados en la casi totalidad de los casos; los valores de R^2 generalmente son superiores a 0,98, mientras que los valores de t generalmente son superiores a 2,0.

Se ha efectuado un análisis doble de sensibilidad de los resultados obtenidos (ver gráficos 9 a 15). En primer lugar, el parámetro θ se ha hecho fluctuar entre 0,05 y 0,5. De acuerdo a los resultados obtenidos el patrón de evolución general de las elasticidades de los distintos sectores se mantiene casi inalterable; los valores pequeños de θ introducen una mayor estabilidad en las elasticidades, y, además, sin alterar sus tendencias y quiebres, mientras que los mayores incrementan marginalmente las fluctuaciones observadas. Por

otra parte, se ha examinado el impacto de variaciones en los elementos de la diagonal de la matriz T , para el rango 0,5 a 0,9. Nuevamente el patrón de evolución general de las elasticidades de los distintos sectores mantiene su característica básica sin alterar tendencias ni quiebres; en este caso, el valor de 0,5 introduce marginalmente una mayor estabilidad en las elasticidades, mientras que el valor de 0,9 incrementa las fluctuaciones observadas. En síntesis, los valores escogidos *a priori* del parámetro θ y de los elementos de la matriz de transición T proporcionarían una evolución de las elasticidades que sería válida para un rango relativamente amplio de valores de dichos parámetros.

IV. Síntesis de conclusiones

1. Para una economía como la chilena, en la cual hay frecuentes cambios de política económica, el método de estimación del Filtro de Kalman puede constituir una herramienta muy útil para detectar los cambios cuantitativos que experimentan los coeficientes de un modelo estructural básico; i.e., el método del Filtro de Kalman proporciona la trayectoria dinámica que poseen dichos coeficientes. Esta es una ventaja considerable en relación a los estimadores obtenidos por el procedimiento econométrico tradicional y estático MICO que sólo proporciona un valor de dichos coeficientes para todo un período, por cuanto así se enriquece la información existente para el análisis de lo sucedido durante un período. Aún más, el estimador único obtenido por el procedimiento MICO en algunas ocasiones puede que no ilustre ni sintetice de manera satisfactoria las variaciones que experimentan las elasticidades.

Por otra parte, la obtención de la trayectoria dinámica de los coeficientes permite: (i) Identificar claramente aquellos cambios de política macroeconómica que tienen mayor incidencia en la modificación de los valores de dichos coeficientes. (ii) Proporciona los rangos entre los cuales pueden fluctuar los coeficientes de las ecuaciones estructurales.

2. Los cambios de política económica ocurridos en el período 1974-85 afectan de manera muy diferente a los mercados laborales de los distintos sectores económicos. Luego, para el caso chileno, la dicotomía tradicional de sectores transables y no-transables no resulta ser de mucha utilidad, en este caso, debido al comportamiento distinto que poseen los subsectores.

Dentro del sector transable, la industria está claramente influida por el contexto macroeconómico prevaiente; en cambio, en la agricultura y la minería, aparentemente los factores tecnológicos de largo plazo son sustancialmente más importantes que los cambios de política macroeconómica en el funcionamiento del mercado del trabajo sectorial.

Dentro del sector no-transable, la construcción y el comercio están influidos por el contexto macroeconómico prevaiente, pero de manera diferente; en cambio, en el sector transportes, los factores tecnológicos serían relativamente más importantes que los cambios de política macroeconómica.

3. En relación a los valores obtenidos para la elasticidad empleo-costo real de la mano de obra se observan, en general, valores negativos pero cuantitativamente bajos. (i) Hay tres sectores que poseen una elasticidad muy baja, i.e., inferior (en módulo) a $-0,10$; estos sectores son: agricultura, minería y transportes. (ii) El sector comercio exhibe una elasticidad declinante (en módulo) a través del período 1974-85 de $-0,39$ a $-0,20$. (iii) El sector industrial exhibe una elasticidad que fluctúa entre $-0,11$ y $-0,24$; esta

GRAFICO 9

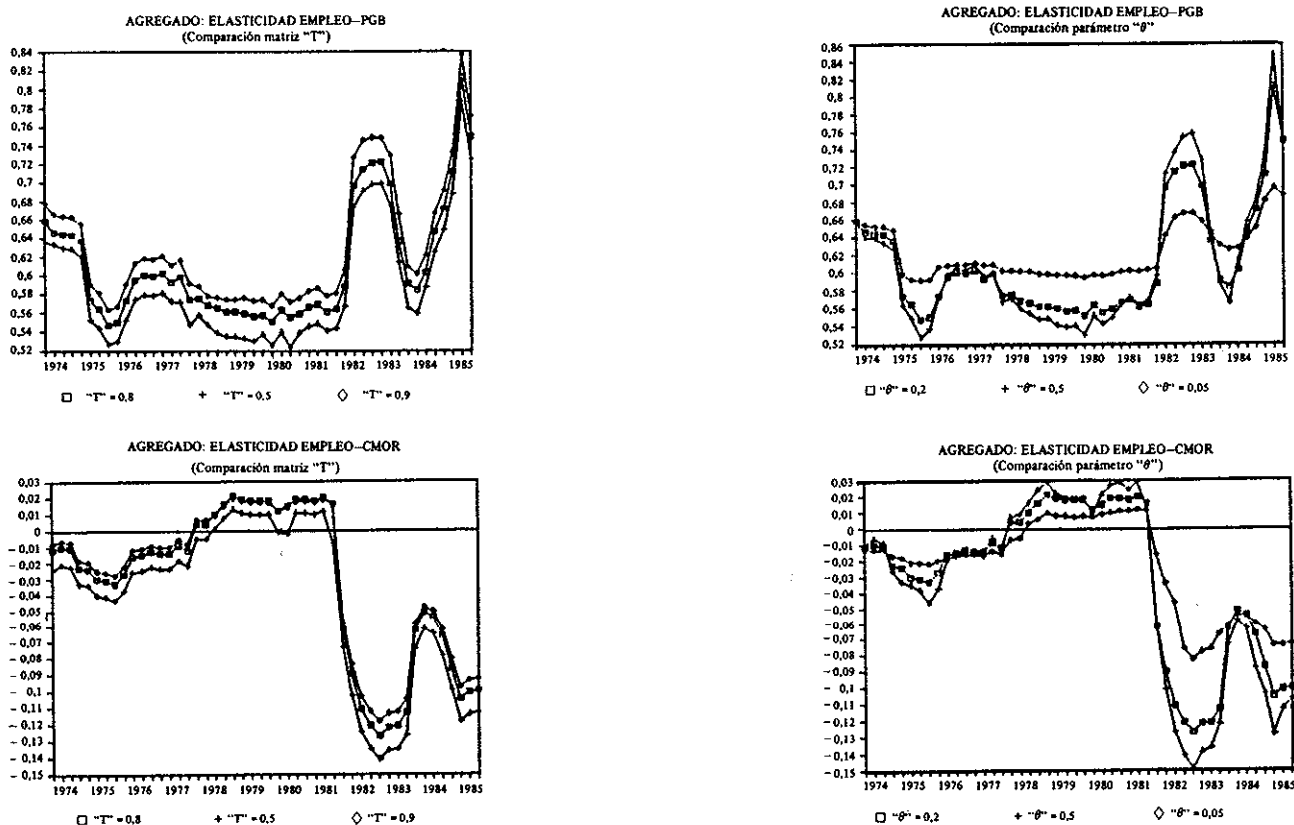


GRAFICO 10

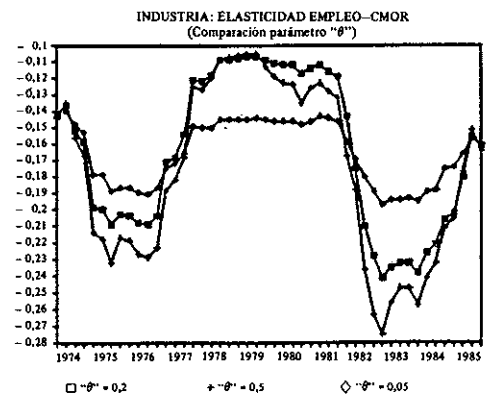
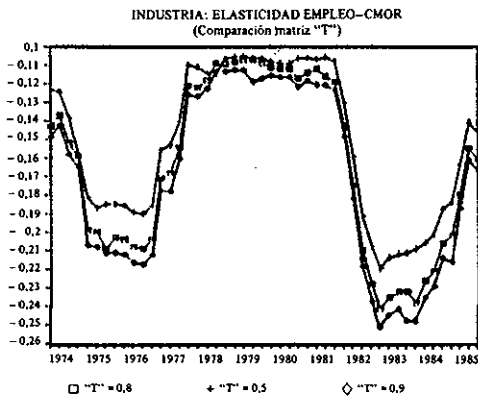
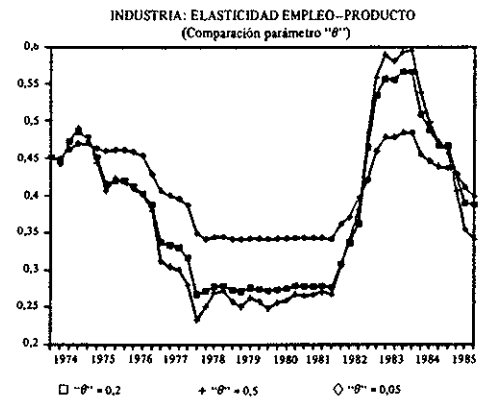
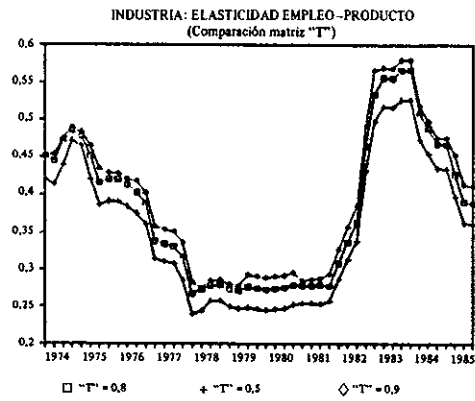
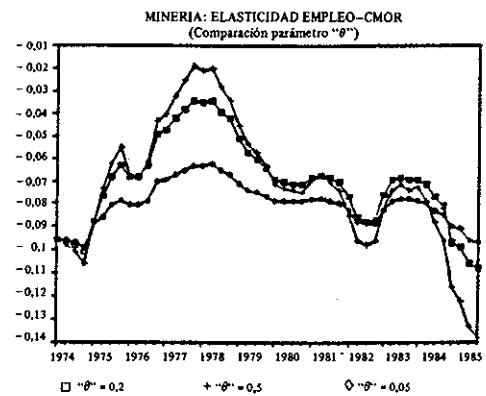
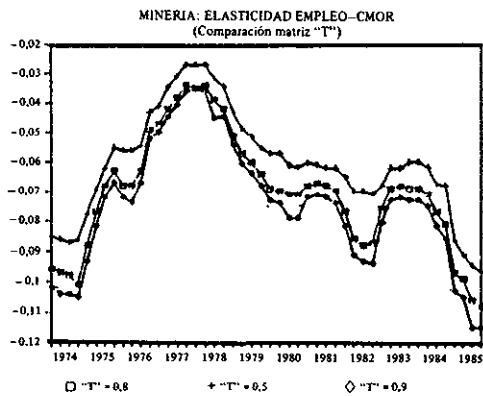
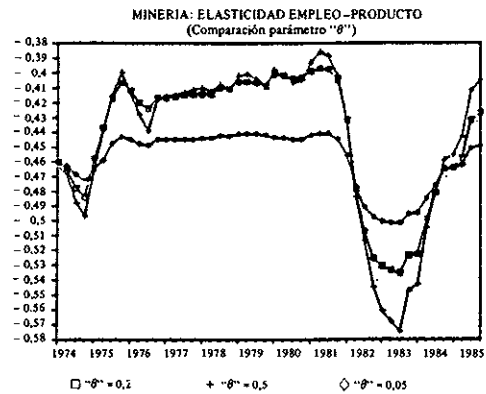
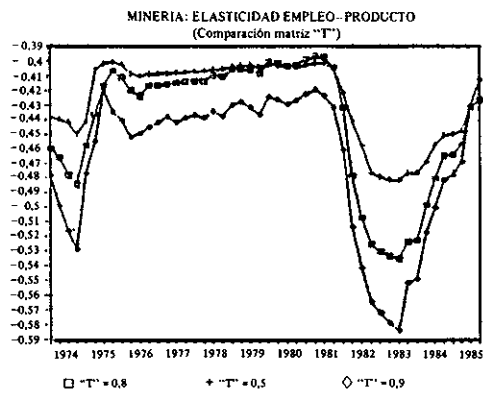


GRAFICO 11



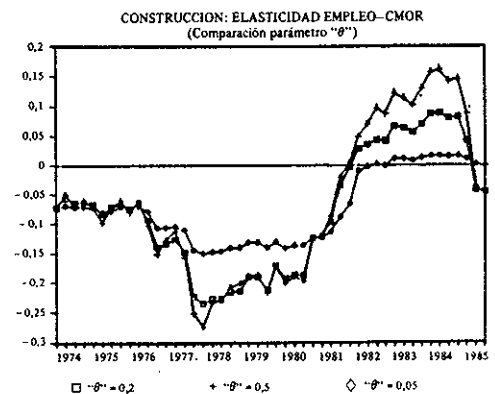
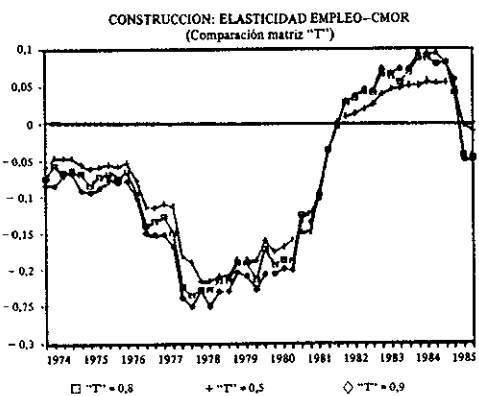
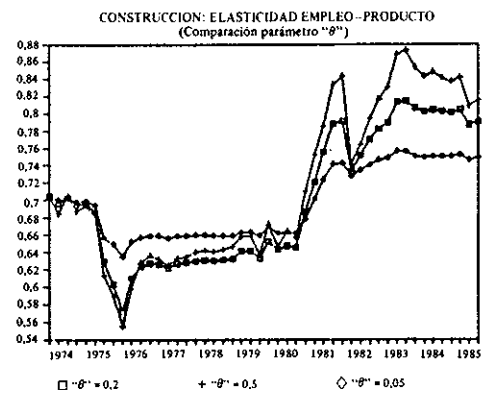
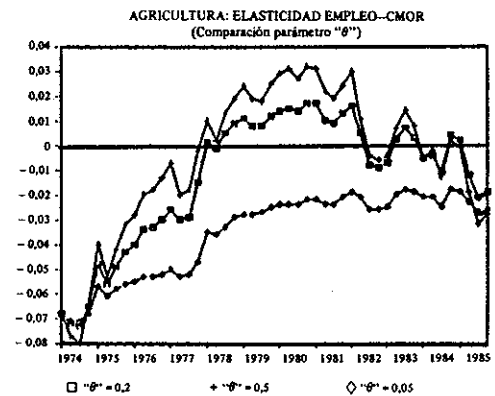
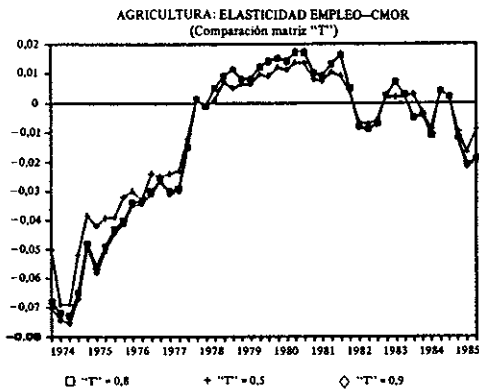
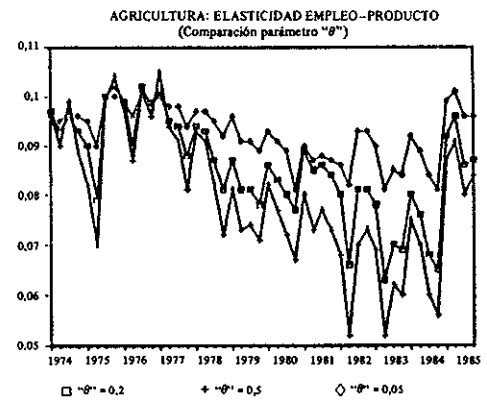
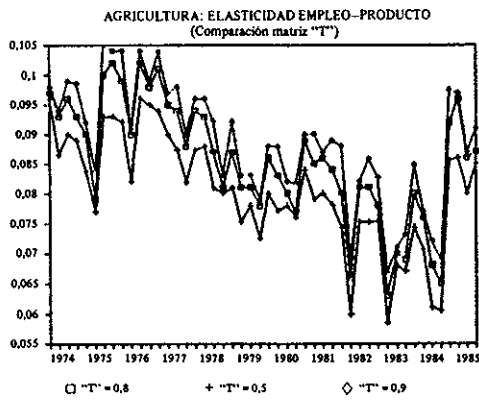
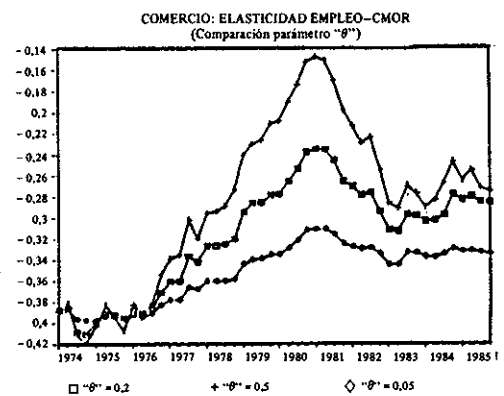
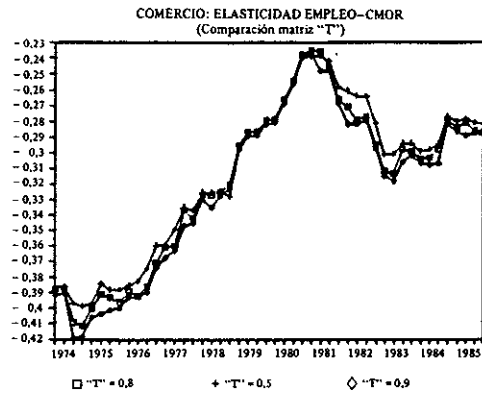
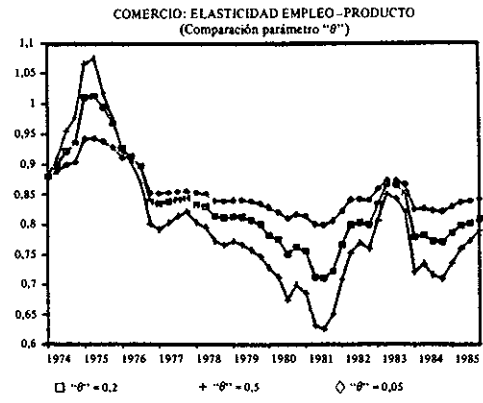
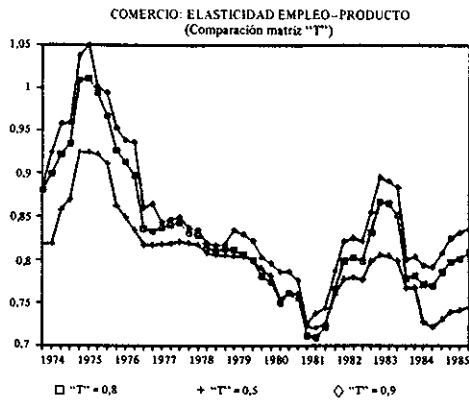


GRAFICO 14

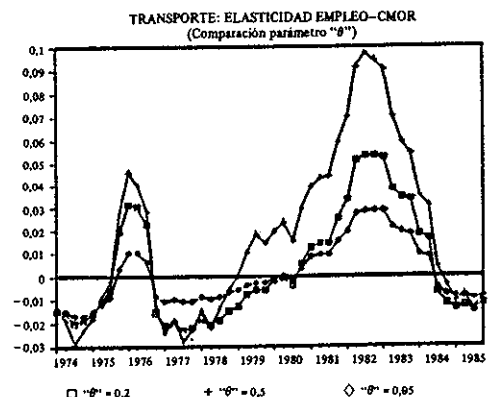
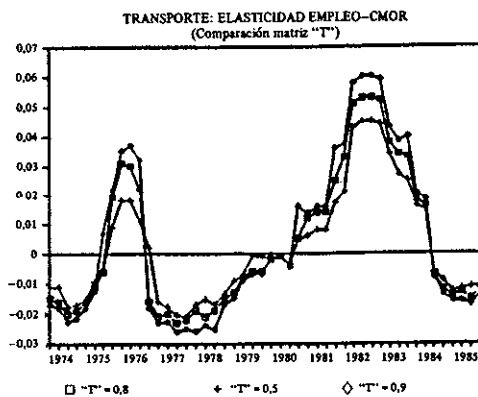
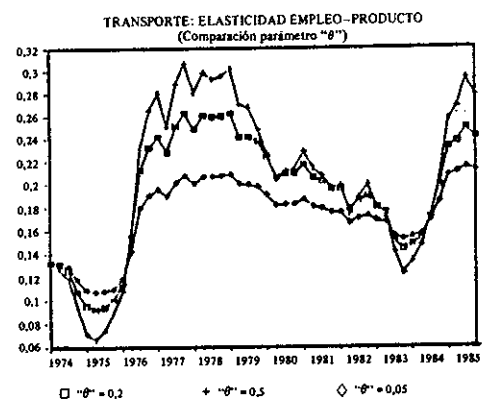
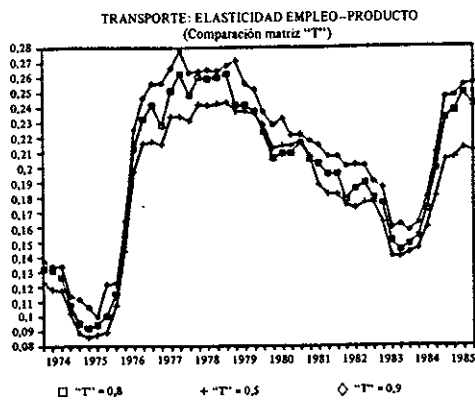
34



ANÁLISIS ECONÓMICO, VOL. 2, Nº 1

GRAFICO 15

APLICACIÓN DEL FILTRO DE KALMAN



35

elasticidad disminuye (en módulo) en aquel periodo de apertura externa en que hay abundancia relativa de recursos externos.

4. En relación a los valores obtenidos para la elasticidad empleo-producto se observa: (i) En el sector industrial, la elasticidad fluctúa entre 0,27 y 0,56, observándose valores menores en aquel periodo de apertura externa con abundancia relativa de recursos externos. (ii) En el sector construcción, la elasticidad estable de 0,63 del periodo 1976-80 se incrementa a 0,80 para el periodo posterior a 1982. (iii) En el sector comercio, la elasticidad tiene valores fluctuantes que declinan de 1,0 a 0,71 en el periodo 1975-81 para aumentar a 0,8 en el periodo post 1982. (iv) El sector transporte tiene una elasticidad que fluctúa entre 0,15 y 0,26. (v) La agricultura tiene una elasticidad muy baja, inferior a 0,10. (vi) La minería exhibe una elasticidad *negativa* en el periodo 1974-85, con un valor superior (en módulo) a -0,41.

NOTAS

- 1 Además el salario medio industrial evolucionó de manera diferente al ingreso mínimo (o salario mínimo); ver Cox (1984).
- 2 En esta sección teórica se usará indistintamente el concepto de salario real y costo real de la contratación de mano de obra. En la sección empírica se señala la distinción existente y su implementación para las estimaciones econométricas.
- 3 Para una revisión bibliográfica de aplicaciones empíricas de la expresión (1.2) a países latinoamericanos, ver Melter (1980) y Figueroa *et al.* (1985).
- 4 Sobre este tema, ver Benassy (1982).
- 5 Para algunos desarrollos teóricos y empíricos aplicados a la economía chilena, ver, además, Cortázar (1984) y Melter y Solimano (1985).
- 6 Esta sección está fundamentalmente basada en Harvey (1981) y Sarris (1973). Para una revisión de la literatura econométrica sobre el tema general de estabilidad de las relaciones econométricas, ver Vial (1986).
- 7 Para una discusión completa, extensa y profunda de este tema, ver Vial (1986).
- 8 Un parámetro, por definición, es constante. Luego, hace falta un nuevo término que sintetice esta aparente contradicción, i.e., parámetro variable. La verdad es que la ciencia económica se ha caracterizado por encontrar constantes que luego dejan de serlo; ejemplos de ellos son la elasticidad de sustitución entre factores, la velocidad de circulación del dinero, la razón capital-producto, etc.
- 9 Una especificación más general se encuentra en Harvey (1981).
- 10 Distintas estructuras de la ecuación de transición se pueden encontrar en Harvey (1981), Sarris (1973) y Engle y Watson (1985).
- 11 MELF: mejor estimador lineal insesgado.
- 12 MYB: estimador de mínima varianza entre los estimadores insesgados, sean o no lineales.
- 13 La derivación y las propiedades de estos estimadores se encuentran en Harvey (1981).
- 14 Un desarrollo alternativo de este problema se encuentra en Sargent (1979).
- 15 Un desarrollo formal de este sistema se encuentra en Harvey (1981).
- 16 Un desarrollo más completo de las propiedades de los estimadores se encuentra en Harvey (1981) y Sarris (1973).
- 17 A nivel agregado se utiliza el índice general de sueldos y salarios. Para los sectores industria y minería se utilizan los subíndices sectoriales correspondientes. Para los sectores transporte y comercio se utilizó el índice del sector industrial. Para el sector construcción se utilizó el subíndice de sueldos y salarios del índice de costo y edificación de la Cámara Chilena de la Construcción. Para el sector agrícola se utilizó el sueldo mínimo para el periodo 1974-81, y posteriormente se empalmó con el índice de salario agrícola.

APLICACION DEL FILTRO DE KALMAN

17

18 Los índices sectoriales del IPM se utilizan para los sectores agrícola, minería e industria; para el sector transportes se utiliza el componente importado del IPM. Para el sector comercio se utiliza una combinación de los componentes industrial e importado del IPM. Para el sector construcción se utiliza el índice total de costo de la construcción de tipo medio. A nivel agregado de toda la economía se utiliza una combinación del IPM y del IPC.

19 Para la obtención del costo real de la mano de obra se elabora un índice especial que incluye la evolución de la tasa de cotización; para una discusión detallada de la elaboración de este índice ver Melter (1984b).

20 Por razones de espacio se ha omitido el Anexo Estadístico con los cuadros 1 a 7 que contienen los valores de las estimaciones econométricas. Estos cuadros pueden ser solicitados al editor de esta revista o a los autores. En todo caso, de los gráficos es posible deducir los valores numéricos pertinentes de las distintas elasticidades.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARRAU, P., 1986, "Series trimestrales del Producto Geográfico Bruto revisado", *Notas Técnicas* No 89, CIEPLAN, Santiago, diciembre.
- ARROW, K.J.; H. B. CHENERY; B.S. MINHAS y R. M. SOLOW, 1961, "Capital-labor substitution and economic efficiency", *Review of Economics and Statistics*, V. 43, No 3 (225-250).
- BARRO, R. y H. GROSSMAN, 1971, "A general disequilibrium model of income and employment", *American Economic Review*, V. 61, marzo (82-93).
- BENASSY, J. P., 1982, *The Economics of Market Disequilibrium*, Academic Press, Nueva York.
- CASTAÑEDA, T., 1983, "Salarios mínimos y empleo en el Gran Santiago", *Cuadernos de Economía* No 61, diciembre (279-294).
- COOLEY, T.T. y E.C. PRESCOTT, 1973, "Varying parameter regression: A theory and some applications", *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 2, No 4, octubre (463-474).
- CORTÁZAR, R., 1983, "Políticas de reajustes y salarios en Chile: 1974-82", *Colección Estudios CIEPLAN* 10, Santiago, junio (45-64).
- , 1984, "Restricción externa, desempleo y salarios reales: perspectivas y conflictos", *Colección Estudios CIEPLAN* 14, Santiago, septiembre (43-60).
- , 1986, "Empleo y remuneraciones: modelos alternativos de corto plazo para América Latina", en R. Cortázar, ed., *Políticas Macroeconómicas. Una perspectiva latinoamericana*, Ediciones CIEPLAN, Santiago (238-274).
- COX, E., 1984, *Three Essays on Labor Markets in Developing Countries*, Ph. D. Tesis en Economía, Universidad de Chicago (no publicada).
- EDWARDS, S., 1980, "Una nota sobre la liberalización del comercio, salarios mínimos y empleo en el corto plazo", *Cuadernos de Economía* No 52, diciembre (303-314).
- ENGLE, R.F. y M.W. WATSON, 1985, "Applications of Kalman Filtering in econometrics", mimeo, octubre.
- EYZAGUIRRE, N., 1980, "El empleo en una economía deprimida. Análisis econométrico de sus determinantes en la industria chilena, 1974-78", *Documento Serie Investigación* No 54, Departamento de Economía, Universidad de Chile, noviembre.
- FIGUEROA, J.; R. FRENKEL; P. MELLER y G. ROZENWURCEL, 1985, *Empleo y Salarios en América Latina*, Serie Documentos ECIEL No 5, BID-ECIEL, Río de Janeiro.
- FRENKEL, R., 1986, "Salarios e inflación en América Latina. Resultados de investigaciones recientes en la Argentina, Brasil, Colombia, Costa Rica y Chile", *Desarrollo Económico* No 100, V. 25, enero-marzo (587-622).
- HARBERGER, A.C., 1982, "The Chilean economy in the 1970's: Crisis, stabilization, liberalization, reform", *Carnegie-Rochester Conferences Series on Public Policy*, Vol. 17, otoño (115-152).
- HARVEY, A.C., 1981, *Time Series Models*, Philip Allan, Londres.
- JADRESIC, E., 1986a, "Elasticidades empleo-producto de la economía chilena", *Notas Técnicas* No 85, CIEPLAN, Santiago, julio.
- , 1986b, "Evolución del empleo y desempleo en Chile, 1970-85. Series anuales y trimestrales", *Colección Estudios CIEPLAN* 20, Santiago, diciembre.
- LUCAS, R., 1976, "Econometric policy evaluation: A critique", en Brunner, K. and Meltzer, A., eds., *The Phillips Curve and Labor Markets*, Carnegie-Rochester Series on Public Policy, *Journal of Monetary Economics*, Suplemento 1976 (19-46).
- MADDALA, G.S., 1971, *Econometrics*, McGraw-Hill, Nueva York.
- MALINVAUD, E., 1971, *The Theory of Unemployment Reconsidered*, Blackwell, Oxford.

- MARCEL, M., 1986, "Determinants of unemployment in Chile: 1974-84", mimeo, Faculty of Economics and Politics, University of Cambridge, Inglaterra, junio.
- MELLER, P., 1980, "Enfoques sobre demanda de trabajo: relevancia para América Latina", *Revista Brasileira de Economia*, V. 34, No 1, enero-marzo (75-111) y en *Estudios CIEPLAN* No 24, Santiago, junio, 1978.
- , 1984a, "Análisis del problema de la elevada tasa de desocupación chilena", *Colección Estudios CIEPLAN* 14, Santiago, septiembre (9-42).
- MELLER, P., 1984b, "Estimaciones econométricas de modelos uniecuacionales de determinación del nivel de empleo", mimeo, CIEPLAN, abril, versión revisada y extendida en *Notas Técnicas* No 95, CIEPLAN, Santiago, marzo, 1987.
- MELLER, P.; E. LIVACICH y P. ARRAU, 1984, "Una revisión del milagro económico chileno (1976-81)", *Colección Estudios CIEPLAN* 15, Santiago, diciembre (1-110).
- MELLER, P. y A. SOLIMANO, 1985, "Reactivación interna ante una severa restricción externa: análisis de distintas políticas económicas", *Colección Estudios CIEPLAN* 16, Santiago, junio (41-74).
- RIVEROS, L., 1983, "Efecto de la apertura comercial sobre el empleo: un análisis de desequilibrio", *Estudios de Economía* No 21, 2º semestre (1-22).
- , 1984, "Un análisis sobre el problema del empleo en Chile, en la década del 70", *Estudios de Economía* No 23, 2º semestre (1-29).
- RIVEROS, L. y P. ARRAU, 1984, "Un análisis empírico de la demanda por trabajo del sector industrial chileno, 1974-82", *Estudios de Economía* No 22, Primer Semestre (21-46).
- SARGENT, T.J., 1979, *Macroeconomic Theory*, Academic Press, New York.
- SARRIS, A., 1973, "A bayesian approach to estimation of time-varying regression coefficients", *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 2, No 4, octubre (501-523).
- SOLIMANO, A., 1983, "Reducir costos del trabajo: ¿Cuánto empleo genera?", *Cuadernos de Economía* No 61, diciembre (363-382), y en *Notas Técnicas* No 48, CIEPLAN, Santiago, diciembre, 1981.
- VIAL, J., 1986, "Estabilidad de relaciones econométricas", mimeo, Departamento de Economía, Universidad de Santiago, diciembre.

ESTABILIDAD EN RELACIONES ECONOMETRICAS

JOAQUÍN VIAL R. T.*

Departamento de Economía
Universidad de Santiago de Chile

Abstract:

This article discusses estimation problems associated to the lack of structural stability in econometrics. In revising a number of issues concerning the topic, the author makes comments and recommendations on its relevance to applied econometric studies in developing countries.

1. Introducción

Uno de los supuestos claves en toda aplicación econométrica es que la relación entre las variables permanece constante, salvo por una perturbación aleatoria. Ello vale tanto para los modelos basados en el análisis de regresión como en aquellos que hacen uso de técnicas de series de tiempo¹.

Si se tiene un modelo de regresión lineal del siguiente tipo, por ejemplo:

$$(1) \quad T'y_t + Bx_t = u_t$$

Donde T' , B son matrices de coeficientes, y_t , x_t son vectores de variables endógenas y predeterminadas, respectivamente, y u_t es el término de error aleatorio que satisface todos los supuestos del modelo de regresión clásico.

En este contexto el término "inestabilidad" puede comprender varios fenómenos:

- Cambios en algunos de los parámetros contenidos en T' y B .
- Cambios en las formas funcionales de algunas ecuaciones del sistema. En el modelo (1) ello podría implicar que ciertas ecuaciones dejan de ser lineales, por ejemplo.

* Se agradecen los comentarios de J. Marshall, F. Morandé, K. Schmidt-Hebbel, R. Paredes y demás participantes al seminario del Depto. de Economía de la Universidad de Santiago. Cualquier error que persista es, por supuesto, de mi responsabilidad.