

ESTIMACION DE UN SISTEMA DE DEMANDA: ANALISIS BASADO EN LA ENCUESTA DE PRESUPUESTOS FAMILIARES DE 1988

CRISTIAN AEDO I.*

ILADES/Georgetown University

Abstract

The Survey of Household Incomes of 1988 is used in this article to estimate econometrically a demand system for a group of goods allowing for corner solutions within the consumer maximization process. We faced the problem of estimating these systems using household data that reported zero expenditure in one of the various categories of goods. Several ways of dealing with this problem were analyzed, obtaining a stochastic form for the utility function that accommodated corner solutions and that did not require solving multiple integrals for its computational application. This result is crucial since the analytical framework developed fits numerous categories of goods. The speed of the estimation process to converge to an optimum in the estimation of the parameters of the structural model, supports the advantages of the analytical framework utilized.

I. Introducción

El análisis del comportamiento de la demanda de un consumidor se puede hacer en forma idónea a partir de las encuestas de hogares, ya que permite estudiar el efecto que tienen variables socioeconómicas —tamaño y composición de las familia, edad, sexo, nivel educacional de los individuos, ingreso familiar, entre otras— sobre el patrón y las decisiones de gasto. Este tipo de características, cuya

* El autor desea agradecer la colaboración prestada por Gustavo Ramírez en la elaboración del presente artículo y los valiosos comentarios recibidos de dos comentaristas anónimos. Se agradece, además, el apoyo financiero del Proyecto Fondecyt 1930111, año 1993.

importancia debe ser analizada, puede ser incorporado explícitamente en modelos microeconómicos.

Un análisis sobre la canasta de bienes consumidos indica que algunos hogares optan por no consumir uno o más bienes dentro de esta canasta, lo que se conoce como "soluciones de esquina" dentro de la frontera de posibilidades de consumo. El econometrista entonces, al estimar sistemas de demanda usando este tipo de información, debe basarse en un marco analítico apropiado para incorporar estas observaciones en la estimación.

Lo usual es eliminar de la muestra las observaciones que reportan un gasto cero en un determinado período. Sin embargo, cuando el período es relativamente amplio, la decisión de no consumo de ciertos bienes puede ser el resultado de un proceso lógico de optimización más que ser el resultado de un problema generado en el levantamiento de la información relevante para estimación. Bajo esta premisa, el eliminar de la muestra las observaciones que reportan un consumo de cero significa restringir las variables a tomar siempre valores positivos, lo que conduce a estimar parámetros sesgados e inconsistentes.

Sólo recientemente en la literatura se han propuesto métodos para estimar sistemas de demanda en la presencia de soluciones de esquina (i.e. gasto igual a cero en algunas categorías) en el proceso de maximización de utilidades del consumidor. Wales y Woodland (1983) y Lee y Pitt (1986) proponen métodos para estimar sistemas de demanda con restricciones de no negatividad. Los primeros se basan en condiciones de Kuhn-Tucker asociadas a una función de utilidad estocástica. El modelo se aplica a la demanda de los hogares por tres tipos de bienes a partir de una función de utilidad cuadrática de carácter aleatorio. Lee y Pitt (1986) parten del enfoque dual, usando una función de utilidad indirecta y muestran cómo una relación de precios sombra puede derivarse de las condiciones de Kuhn y Tucker. El modelo es aplicado a tres insumos en una función de costos traslogarítmica para la energía en la industria. En ambos estudios se hace necesario resolver integrales múltiples en forma numérica, lo cual hace no tratable la estimación para el caso de más de tres sectores. Lo anterior limita de manera sustancial la estimación de estos modelos, además de generar dudas sobre la aplicabilidad general de estos enfoques y el tipo de respuestas de política que ellos pueden entregar.

En el presente artículo se analizan distintos enfoques para la especificación de funciones de utilidad directa con el fin de obtener preferencias que impliquen funciones de verosimilitud que no involucren integrales múltiples en su evaluación y, por ende, que sean tratables computacionalmente.

Del análisis efectuado se obtuvo una especificación estocástica para la función de utilidad directa que resulta en un sistema de demanda tratable mediante el cálculo numérico. La función de verosimilitud no involucra integrales múltiples, por lo que este marco analítico permite acomodar numerosas categorías de bienes. Se efectuó una aplicación del marco analítico a la estimación de un sistema de demanda para cinco tipos de bienes al interior del grupo alimentos, utilizando información proveniente de la Encuesta de Presupuestos Familiares (INE) del año 1988.

Este artículo está dividido en cinco secciones. La sección siguiente discute el tema de coherencia de los modelos y la especificación estocástica de la función de utilidad, presentando una especificación estocástica tratable desde el punto de vista computacional. La tercera sección presenta y describe la información utilizada para la estimación. Los resultados de estimación son presentados en la cuarta sección y finalmente, la quinta sección presenta las principales conclusiones del estudio.

II. Marco Teórico

En esta sección se analizará la especificación de un modelo estocástico de consumo, se define el marco teórico apropiado para la incorporación de restricciones de no negatividad en el consumo de bienes, para obtener una especificación tratable que permita la estimación de un sistema de demanda con soluciones de esquina al proceso de maximización del consumidor.

2.1 Aleatoriedad en las preferencias y el proceso de maximización

La especificación de un modelo econométrico para un sistema de demanda de un consumidor u hogar debe tener especial cuidado en la forma como se introducen los términos aleatorios. Lo más usual es adicionar términos de error aditivos a las ecuaciones de demanda derivadas de funciones de utilidad determinísticas. Sin embargo, esta práctica habitual genera ecuaciones de demanda que no son compatibles con un proceso de maximización del consumidor. Algunos autores plantean métodos alternativos, entre ellos: Pollak y Wales (1969), McFadden (1973), Burtless y Hausman (1978), Wales y Woodland (1983) y Lee y Pitt (1986).

Estos enfoques inician el análisis con una función de utilidad $U(x; \epsilon)$, donde x denota un vector de consumo de m bienes y ϵ un vector de términos aleatorios, el cual se supone que es conocido por cada consumidor pero no por el econometrista. Este vector de términos aleatorios introduce diferencias entre los consumidores, que no son observadas por el analista.

El problema estándar de maximización para un consumidor u hogar se puede establecer como:

$$\begin{aligned} \max U(x; \epsilon) \\ \text{sujeto a: } v'x = 1 \\ \text{y } x_i \geq 0, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

donde $v = p/M$ es el vector de precios de los bienes p normalizado por el ingreso M . Se supone que la función de utilidad es estrictamente creciente, estrictamente cuasi-cóncava en x , continua y doblemente diferenciable en x , para garantizar así una solución única.

Por su parte, los hogares se caracterizan por no consumir algunos de los bienes en un determinado período. Si la canasta de consumo de un hogar específico está dada por un vector de cantidades demandadas $x^* = (x_1^*, \dots, x_m^*)$ que, para fines

prácticos, está ordenada de tal forma que los primeros l bienes no son consumidos mientras que los demás bienes ($l+1$ hasta m) son consumidos, el vector de consumo óptimo x^* se caracteriza por las siguientes condiciones de Kuhn-Tucker:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(x^*; \epsilon)}{\partial x_i} - \lambda v_i &\leq 0 \quad i = 1, \dots, l \\ \frac{\partial U(x^*; \epsilon)}{\partial x_j} - \lambda v_j &= 0 \quad j = l+1, \dots, m \\ v'x^* &= 1 \end{aligned} \quad (2)$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange que acompaña a la restricción presupuestaria. Las condiciones de Kuhn-Tucker se pueden expresar en términos de precios sombra, suponiendo que a los precios actuales no existe demanda (o que ésta sería artificialmente negativa), pero podría suceder que al bajar el precio del bien el hogar comience a incorporarlo dentro de su canasta de consumo.

Los precios sombra (ξ_i) se derivan resolviendo el problema del consumidor obviando la restricción de no negatividad, así:

$$\xi_i = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial U(x^*; \epsilon)}{\partial x_i} \quad i=1, \dots, m \quad (3)$$

Se pueden reescribir las condiciones de Kuhn-Tucker haciendo uso de los precios sombra, así:

$$\begin{aligned} \xi_i &\leq v_i \quad i = 1, \dots, l \\ \xi_j &= v_j \quad j = l+1, \dots, m \end{aligned} \quad (4)$$

donde se cumple que $v'x = 1$.

Si se quiere contar con un modelo estimable se debe especificar una forma funcional para la función de utilidad U y, a la vez, se debe suponer una distribución de probabilidades para el vector de términos aleatorios ϵ . Si el modelo anterior es coherente se puede derivar una función de verosimilitud para las cantidades observadas x^* . Dada la composición de los términos aleatorios y las restricciones de no negatividad, el modelo a estimar es de carácter simultáneo, es no lineal y presenta variables endógenas truncadas.

Es importante mencionar que las funciones de utilidad supuestas deben cumplir con requerimientos mínimos a objeto de garantizar que para cada valor factible del vector ϵ , el modelo genere un único vector de variables endógenas. En adición, para cada posible vector de variables endógenas debe existir un vector de términos aleatorios generados a partir del modelo.

Las condiciones antes descritas son garantizadas parcialmente por las propiedades de monotonicidad y cuasi-concavidad estricta de la función de utilidad,

las que determinan la existencia de una solución única para cada vector de ϵ . Para completar las condiciones de coherencia se debe evaluar la forma en que son incorporados los términos aleatorios en el proceso de maximización. En el caso de m bienes o sectores es necesario introducir al menos $m-1$ elementos aleatorios, pero más importante que el simple número es la forma en que se introducen estas perturbaciones. Por ejemplo, podría darse el caso de que para un vector observado de consumo x^* no exista un valor en la función de verosimilitud.

2.2 Determinación de una función aleatoria de utilidad con restricciones de no negatividad

Existen dos posibles alternativas para trabajar con sistemas de demanda con restricciones de no negatividad. Una de ellas es incorporar los elementos estocásticos directamente en la función de utilidad; esto es lo que hacen precisamente Wales y Woodland (1982). En la especificación hecha por ellos las utilidades marginales están compuestas por una parte determinística y una perturbación que entra en forma aditiva. La función de utilidad es de la forma $U(x; \epsilon) = V(x) + \epsilon'x$ donde el primer componente es determinístico y ϵ son los shocks a las preferencias. En adición, se supone que los ϵ se distribuyen en forma normal multivariada, cumpliendo con la condición de normalización $\sum_i \epsilon_i = 0$. El problema con esta especificación es que para que se cumpla con el supuesto de monotonicidad, dado un $V(x)$ bien comportado, los ϵ_i tienen que ser no negativos, siendo esto incompatible con el supuesto de normalización.

Lee y Pitt (1986) plantean una especificación aleatoria de la función de utilidad que cumple con la condición de monotonicidad:

$$U(x; \epsilon) = V(x) + \sum_{i=1}^m \epsilon_i W_i(x_i) \quad (5)$$

donde tanto V como W son funciones estrictamente crecientes y estrictamente cóncavas. En adición, la función es computacionalmente tratable bajo el supuesto de términos aleatorios independientes y normales.

Con el fin de ilustrar este enfoque considere un vector con cantidades demandadas por un determinado hogar, $x^* = (0, \dots, 0, x_{l+1}^*, \dots, x_m^*)$, donde los primeros l bienes no se demandan y los $m-l$ bienes presentan niveles positivos de demanda.

Los precios sombra correspondientes a x^* vienen dados por:

$$\xi_i = \frac{V_m \left[\frac{\partial V(x^*)}{\partial x_i} + \epsilon_i \frac{\partial W_i(x_i^*)}{\partial x_i} \right]}{\left[\frac{\partial V(x^*)}{\partial x_m} + \epsilon_m \frac{\partial W_m(x_m^*)}{\partial x_m} \right]} \quad i = 1, \dots, m-1$$

Las condiciones que caracterizan la optimalidad de x^* se pueden expresar como:

$$e^{\epsilon_i} \leq \frac{\left[\frac{V_i}{V_m} \left[\frac{\partial V(x^*)}{\partial x_m} + e^{\epsilon_m} \frac{\partial W_m(x^*)}{\partial x_m} \right] - \frac{\partial V(x^*)}{\partial x_i} \right]}{\frac{\partial W_i(x^*)}{\partial x_i}}, \quad i = 1, \dots, l \quad (7)$$

y,

$$e^{\epsilon_j} = \frac{\left[\frac{V_j}{V_m} \left[\frac{\partial V(x^*)}{\partial x_m} + e^{\epsilon_m} \frac{\partial W_m(x^*)}{\partial x_m} \right] - \frac{\partial V(x^*)}{\partial x_j} \right]}{\frac{\partial W_j(x^*)}{\partial x_j}}, \quad j = l+1, \dots, m-1 \quad (8)$$

Lee y Pitt muestran que para una canasta dada x^* existe un rango de valores de los ϵ_m que cumple con las condiciones de coherencia y que está determinado por la siguiente desigualdad:

$$\frac{V_i}{V_m} \left[\frac{\partial V(x^*)}{\partial x_m} + e^{\epsilon_m} \frac{\partial W_m(x^*)}{\partial x_m} \right] - \frac{\partial V(x^*)}{\partial x_i} > 0 \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (9)$$

A partir de (7) y (8) se pueden expresar los ϵ_i en función de la canasta de consumo y de la perturbación que se utiliza para normalizar los shocks, ϵ_m , de tal forma que:

$$\epsilon_i(x^*; \epsilon_m) = \ln \left[\frac{V_i}{V_m} \left[\frac{\partial V(x^*)}{\partial x_m} + e^{\epsilon_m} \frac{\partial W_m(x^*)}{\partial x_m} \right] - \frac{\partial V(x^*)}{\partial x_i} \right] - \ln \frac{\partial W_i(x^*)}{\partial x_i} \quad (10)$$

$$i = 1, \dots, m-1$$

Como la demanda por bienes del último sector puede ser expresada en función de los restantes sectores de tal forma que $x_m^* = (1 - v_{l+1}x_{l+1}^* - \dots - v_{m-1}x_{m-1}^*)/v_m$, dadas las distribuciones condicionales de los $\epsilon_{l+1}, \dots, \epsilon_{m-1}$ en ϵ_m , es posible encontrar una distribución de probabilidades condicional para $x_{l+1}^*, \dots, x_{m-1}^*$. La función de densidad conjunta para $x_{l+1}^*, \dots, x_{m-1}^*$, condicional en ϵ_m , viene dada por:

$$\prod_{i=l+1}^{m-1} f_i[\epsilon_i(x^*; \epsilon_m)] |J(x^*; \epsilon_m)| \quad (11)$$

donde f_i denota la función marginal de densidad y $J(x^*; \epsilon_m)$ corresponde a la matriz jacobiana (de primeras diferencias) de los ϵ_i con respecto a los x_j , para $i, j = l+1, \dots, m-1$, i.e:

$$\frac{\partial \epsilon_{l+1}(x^*; \epsilon_m)}{\partial x_{l+1}^*} \quad \dots \quad \frac{\partial \epsilon_{l+1}(x^*; \epsilon_m)}{\partial x_{m-1}^*} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{m-1}(x^*; \epsilon_m)}{\partial x_{l+1}^*} \quad \dots \quad \frac{\partial \epsilon_{m-1}(x^*; \epsilon_m)}{\partial x_{m-1}^*}$$

Por otra parte, bajo el supuesto de que los ϵ son mutuamente independientes, la probabilidad de observar el vector de consumos nulos $(x_1, \dots, x_l)$ está dada por:

$$\prod_{j=1}^l F_j[\epsilon_j(x^*; \epsilon_m)] \quad (13)$$

Así, dados (11) y (13) se tiene la siguiente función de verosimilitud:

$$L(x^*) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^l F_j[\epsilon_j(x^*; \epsilon_m)] \prod_{i=l+1}^{m-1} f_i[\epsilon_i(x^*; \epsilon_m)] |J(x^*; \epsilon_m)| d\epsilon_m \quad (14)$$

correspondiente a la canasta observada x^* para un hogar específico.

Para el total de la muestra, es decir N observaciones, se tiene que la probabilidad asociada a la muestra obtenida —dado el supuesto de independencia entre individuos— corresponde al producto de las probabilidades asociadas a cada individuo. En otras palabras, es el producto de las funciones de verosimilitud individuales a lo largo de toda la muestra:

$$L(x_1^*, \dots, x_N^*) = \prod_{i=1}^N L(x_i^*) \quad (15)$$

De acuerdo a lo que se mostrará más adelante, esta función se puede trabajar computacionalmente para definir los valores de los parámetros que la hacen máxima, dadas las observaciones muestrales.

2.3 Definición de las preferencias y especificación aleatoria del sistema

Con el fin de tener un sistema de funciones de demanda con soluciones de esquina que sea estimable computacionalmente, se necesita definir en forma explícita la forma particular de la función de utilidad y a partir de allí determinar los parámetros que deben ser estimados y la forma como éstos entran en la función de verosimilitud.

Defina una función directa de utilidad del tipo Klein-Rubin-Stone-Geary tal que:

$$u(x) = \sum_{i=1}^m \alpha_i \ln(x_i - \beta_i) \quad (16)$$

con $\alpha_i > 0$. Para definir las participaciones de cada sector en el gasto del hogar se tiene que:

$$v_i x_i = v_i \beta_i + \theta_i \left(1 - \sum_{j=1}^m v_j \beta_j\right) \quad i = 1, \dots, m \quad (17)$$

donde $\theta_i = \alpha_i / \sum_j \alpha_j$. En esta especificación una solución de esquina puede ocurrir sólo si al menos uno de los β 's es negativo. Como los β 's se interpretan como necesidades básicas, entonces los sectores con β negativo constituyen sectores con bienes no-esenciales.

La forma de introducir posibles diferencias en cuanto a las preferencias por el consumo entre hogares, es definiendo en forma aleatoria los α 's, para lo que se define $\alpha_i = e^{\epsilon_i}$, con los ϵ_i en cada uno de los m sectores, distribuidos en forma normal e independiente, i.e., $\epsilon_i \sim N(\gamma_i, \sigma_i^2)$. Para incorporar diferencias por características socioeconómicas, se supondrá que la media de cada ϵ_i , γ_i es afectada linealmente por las características socioeconómicas más relevantes. En particular, se pondrá énfasis en las posibles diferencias en los patrones de consumo que resultan de un mayor número de personas en el hogar, un mayor número de menores en el núcleo familiar, el nivel de educación formal alcanzado por el jefe de hogar, el nivel de ingreso per cápita (variable que fue introducida en logaritmos debido a su comportamiento log-normal) y, por último, un indicador de riqueza que se simplifica en una dummy que revisa la condición de ser propietario de automóvil.

Por las propiedades tradicionales de la función de utilidad y, para facilitar el proceso de estimación, se procede a normalizar los ϵ_i de tal forma que $\sum \epsilon_j = 0$. Los precios virtuales que provienen de canastas con soluciones de esquina para algunos sectores están dados por:

$$\xi_i = \left[\frac{x_m^* - \beta_m}{x_i^* - \beta_i} \right] e^{[\epsilon_i - \epsilon_m]}, \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (18)$$

donde las x_i^* representan las participaciones de cada sector en el total de gasto para cada hogar. Las condiciones de optimalidad que se derivan tras una transformación logarítmica son:

$$\epsilon_i \leq \ln(-\beta_i) - \ln(x_m^* - \beta_m) + \epsilon_m, \quad i=1, \dots, l \quad (19)$$

y

$$\epsilon_j = \ln(x_j^* - \beta_j) - \ln(x_m^* - \beta_m) + \epsilon_m, \quad j = l+1, \dots, m-1 \quad (20)$$

Finalmente, la función de verosimilitud para un hogar que presenta un vector de consumo con soluciones de esquina está dada por:

$$L(x_i^*) = \frac{\sum_{j=l+1}^m (x_j^* - \beta_j)}{\prod_{j=l+1}^m (x_j^* - \beta_j)} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^l \Phi\left(\frac{\epsilon_i(x^*, \epsilon_m) - \gamma_i}{\sigma_i}\right) \cdot \prod_{j=l+1}^{m-1} \phi\left(\frac{\epsilon_j(x^*, \epsilon_m) - \gamma_j}{\sigma_j}\right) \frac{1}{\sigma_m} \phi\left(\frac{\epsilon_m}{\sigma_m}\right) d\epsilon_m \quad (21)$$

donde Φ y ϕ corresponden a la distribución normal estándar acumulada y la función de densidad normal, respectivamente.

III. Estadísticos Descriptivos en la Muestra Utilizada

A continuación se presentan las principales características de la muestra utilizada, enfatizando la estructura de las canastas de consumo y la presencia de ceros en las categorías de productos seleccionados. También, se muestran las principales características socioeconómicas de los hogares que conforman la base de datos. Con el fin de simplificar el análisis y la construcción del modelo, se optó por agregar en cinco grupos de productos, por cuanto la inclusión de más sectores aporta poco a la formulación teórica del modelo en tanto que dificulta su estimación.

3.1 Aspectos generales

Se cuenta con una muestra de 5.065 hogares del área metropolitana de Santiago, provenientes de la Encuesta de Presupuestos Familiares del Instituto Nacional de Estadísticas (INE) del año 1988. Esta comprende información relativa a gastos e ingresos de los hogares en el período diciembre de 1987 a noviembre de 1988.

Es importante mencionar que el diseño muestral considera doce submuestras asignadas a cada uno de los meses del año de referencia de la Encuesta, donde los hogares en cada submuestra fueron encuestados durante un período de tres meses. Los instrumentos de recolección incluyen una primera libreta donde el hogar debe registrar los gastos de consumo que realiza con periodicidad superior a la semana, en adición con aquellos gastos que realiza en forma ocasional y poco frecuente. Una segunda libreta, de vigencia de una semana por hogar, registra los gastos en alimentos y otros bienes que el hogar realiza en forma diaria o semanal, como también gastos de tipo personal (locomoción, libros, revistas, etc.).

Desafortunadamente, no se tiene un seguimiento histórico de los patrones de gasto de los hogares de la muestra, pues la encuesta es de corte transversal. Además, lo limitado del período de recolección de la información impide obtener, dada la falta de variabilidad, alguna estimación de elasticidades precio.¹

En el Cuadro 1 se pueden observar estadísticos descriptivos para algunas variables seleccionadas. Se puede apreciar para el total de la muestra que el 75% de los hogares en Santiago tienen jefe de hogar con cónyuge presente, mientras el número de menores por hogar es en promedio de 1,5. El 24% de los hogares tiene jefe de hogar femenino. La edad promedio del jefe de hogar es de 47 años y el nivel de educación alcanzado por el mismo está entre los 8 y 11 años de estudio.

Un hogar promedio está conformado por cuatro personas que disponen de 3.7 habitaciones. Esto genera un índice de hacinamiento de 1.3 personas por pieza. El ingreso promedio de un hogar es de 225 mil pesos y el 83% de estos ingresos son efectivos, en el sentido de no provenir de una imputación de rentas.

En la presente investigación se ha optado por trabajar con bienes de consumo no durables, con el objeto de evitar la modelación de un modelo con inventarios. Al interior de bienes de consumo no durables, se optó por trabajar con el gasto de consumo en alimentos. Es importante mencionar que esto puede justificarse con el supuesto de que el gasto en alimentos es separable del gasto en otros bienes.

CUADRO 1

ESTADISTICOS DESCRIPTIVOS DE LA MUESTRA

Variable	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Estándar
Sexo Jefe de Hogar (1 mujer)	1	2	1.242256	1.584117
Edad Jefe de Hogar	17	98	46.613160	56.364400
Educación Jefe de Hogar	1	6	3.982502	4.836933
Estado civil Jefe de Hogar	1	4	1.469960	3.405692
Ingreso Hogar	1	7802830	224897.5	1609520
Ingreso Hogar sin imputación	0	14106664	186576.6	1454996
Número de piezas	1	18	3.676272	5.594161
Número de personas	1	23	4.027450	7.140739
Hacinamiento	0.1	8	1.289866	3.235249
Número de menores	0	10	1.473010	5.157722
Cónyuge presente	0	1	0.751153	1.598457

Tal como se observa en el Cuadro 2 en todas las categorías del grupo alimentos hay hogares que reportan un consumo igual a cero.

CUADRO 2

FRECUENCIA DE CEROS EN LA MUESTRA SEGUN GRUPO DE ALIMENTOS

Tipo de Productos	No. de ceros	%
Pan, cereales y féculas	3	0.1
Carnes y menudencias	359	7.1
Pescados, mariscos y prod. del mar	2,270	44.8
Lácteos y huevos	400	7.9
Aceites, mantecas y grasas	442	8.7
Frutas	780	15.4
Verduras, legumbres y tubérculos	191	3.8
Azúcar, café, té y condimentos	234	4.6
Bebidas y comidas fuera del hogar	1,174	23.2

3.2 Grupos de productos seleccionados

Para efectos de estimación del modelo se agregaron los nueve grupos de alimentos en una canasta con cinco tipos de bienes. De esta forma, los sectores C1 (Pan, cereales y féculas) y C2 (Carnes y menudencias) conforman la canasta X5 que por convención se ubica al final del vector de consumo y que presenta consumos positivos para todos los hogares; los sectores C3 (Pescados, mariscos y productos del mar) y C4 (Lácteos y huevos) conforman el grupo X4; Los sectores C5 (Aceites, mantecas y grasas) y C6 (Frutas) se incluyeron en la canasta como el grupo X3; en X2 se encuentran C7 (Verduras, legumbres y tubérculos) y C8 (Azúcar, café, té y

condimentos) y; finalmente se deja C9 (Comidas y bebidas fuera del hogar) como el grupo X1, por presentar una mayor frecuencia de ceros en la demanda. Cabe señalar que la agregación no obedece a un criterio de homogeneidad de los bienes, sino más bien a un arreglo que permitiera reducir no tan sólo el número de parámetros a estimar sino que también para hacer más expedita la estimación de los parámetros del modelo.

Se consideró pertinente el agregar la muestra en quintiles de ingreso con el fin de evaluar diferencias en patrones de consumo que puedan existir entre hogares de distinto nivel de ingreso. Para ello se utilizó como criterio de ordenamiento el ingreso per cápita del hogar.

CUADRO 3

FRECUENCIA DE CEROS EN LOS CINCO SECTORES RESULTANTES

Grupo	Frecuencia de ceros por quintiles de ingreso					
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Total
X1	40.4	30.0	22.0	15.4	7.5	22.8
X2	1.1	0.6	1.3	0.6	0.7	0.9
X3	4.0	4.1	3.4	2.1	1.4	3.0
X4	10.8	6.2	6.6	2.6	2.1	5.6
X5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Nota: Cada quintil tiene aproximadamente 1.000 hogares

La muestra de 5.056 hogares se ordenó de acuerdo al ingreso per cápita y se agrupó la información en quintiles. Los principales estadísticos descriptivos se presentan en el Cuadro 4.

CUADRO 4

COMPOSICION DE LAS CANASTAS PROMEDIO POR QUINTILES Y CARACTERISTICAS SOCIOECONOMICAS

Grupo	Porcentaje del ingreso destinado a cada grupo					
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Total
X1	7.6	10.4	11.9	16.4	21.6	13.6
X2	22.1	20.8	20.2	19.8	18.5	20.3
X3	9.8	10.2	10.1	10.3	9.9	10.1
X4	9.7	11.3	12.6	13.2	14.1	12.2
X5	50.8	47.2	45.1	40.3	35.9	43.9
NUMPER NUMEN AUTO EDUCA	Características socioeconómicas promedio					
	4.2	4.4	4.8	4.6	4.4	4.5
	1.5	1.5	1.4	1.2	1.2	1.4
	6.0	8.1	19.2	36.4	65.9	27.1
	3.8	3.9	4.1	4.4	4.7	4.2

IV. Principales Resultados Obtenidos

Debido a que el problema enfrentado no era estándar se debió diseñar un programa computacional que permitiese la estimación de parámetros mediante un proceso de optimización. Se estimaron diversos modelos: en primer lugar, se estimó un modelo para 500 observaciones sin características socioeconómicas de los hogares con el fin de definir un modelo base (modelo "ingenuo") frente al cual medir el impacto de incorporar variables socioeconómicas. En segundo lugar, se estimó un modelo con dos características demográficas —número de personas en el hogar y el número de menores— como una manera de analizar el impacto de la estructura familiar sobre la composición del gasto en alimentos de los hogares. En tercer lugar, se estimó un modelo donde se incluye en adición: el nivel educativo del jefe de hogar, el ingreso total per cápita del hogar y una dummy que mide la tenencia de auto y que permite aproximar la riqueza del hogar. Finalmente, se estimaron los modelos por quintiles de ingreso considerando la composición familiar solamente. Esto se debe a la poca variabilidad que presentan las variables educación del jefe de hogar, ingreso familiar per cápita y la dummy tenencia de auto, especialmente en los dos primeros quintiles.

Los resultados de estimación se presentan en los Cuadros 5, 6 y 7. En ellos se presentan los coeficientes estimados, el valor de la función de verosimilitud (en logaritmos) y la significancia estadística de los parámetros.

Tal como se indicó de manera previa, en la estimación se introdujeron explícitamente restricciones sobre algunos parámetros (los β 's y las desviaciones estándar) a través de transformaciones no lineales en ellos. Lo anterior dificulta la inferencia estadística para estos parámetros, al requerir test no lineales sobre las varianzas asintóticas obtenidas a partir de la matriz Hessiana. Por esta razón, no se reportan desviaciones estándar para estos parámetros.

CUADRO 5

RESULTADOS DE LA ESTIMACION CON CARACTERISTICAS DEMOGRAFICAS DE COMPOSICION FAMILIAR

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
β 's	-0.760300	-0.560670	-0.417020	-0.474060	2.4×10^{-6}
Const.	-0.300610 (0.16212)	2.246221 (1.44278)	0.192988 (0.170436)	-0.353830 (0.213594)	-
NUMPER	-0.432310 (0.304110)	4.183450 (3.987245)	-0.001611 (0.001021)	-1.635180 (0.924791)	-
NUMEN	0.498891 (0.286943)	2.044264 (1.652748)	0.129142 (0.142286)	0.002527 (0.002249)	-
Desv. Estand.	0.892831	0.772446	0.841349	0.869188	0.856272

Valor de la función de verosimilitud (en logaritmos) = 15381.3

Desviaciones estándar entre paréntesis.

Los resultados obtenidos en las diversas estimaciones indican que los coeficientes β 's son negativos en todos los grupos de bienes con la excepción del grupo 5 conformado por pan, cereales, féculas, carne y menudencias. Esto indica que sólo este último constituye un bien de necesidad básica para los hogares.

CUADRO 6

RESULTADOS DE LA ESTIMACION CON CARACTERISTICAS SOCIOECONOMICAS DE COMPOSICION FAMILIAR, EDUCACION, INGRESO FAMILIAR Y RIQUEZA

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
β 's	-0.733111	-0.550932	-0.409284	-0.466524	7.6×10^{-9}
Const.	-0.262277 (0.015396)	0.136481 (0.156662)	1.539472 (0.170436)	0.288285 (0.157379)	-
NUMPER	0.041836 (0.049199)	0.039799 (0.014595)	0.071409 (0.022100)	0.043443 (0.013880)	-
NUMEN	0.090014 (0.016516)	0.051453 (0.010324)	0.033914 (0.162309)	0.049773 (0.020371)	-
EDUCA	0.047742 (0.023712)	0.039050 (0.140031)	-0.528396 (0.116763)	0.040691 (0.017370)	-
INGRESO	0.063574 (0.096509)	0.054770 (0.024755)	0.055914 (0.025791)	0.056379 (0.061408)	-
DAUTO	-0.284408 (0.062391)	-0.138752 (0.049784)	-1.457694 (0.868230)	-0.286092 (0.262920)	-
Desv. Estand.	0.892831	0.772446	0.841349	0.869188	0.856272

Valor de la función de verosimilitud (en logaritmos) = 13649.2364

Desviaciones estándar entre paréntesis.

En general, se puede afirmar que los parámetros estimados para las categorías demográficas son estadísticamente significativos y sus efectos pueden ser mejor visualizados en el Cuadro 6. Se puede observar que el número de personas en el hogar tiene un impacto positivo sobre la participación de las categorías de alimentos en el total de gastos de los hogares. A la vez, un aumento en el número de menores en el hogar tiene un impacto positivo sobre la proporción del gasto asignado a cada una de las categorías de alimentos. El nivel de educación del jefe de hogar afecta de manera positiva al gasto en cada una de las categorías de consumo con la excepción del grupo de aceites, mantecas y grasas en cuyo caso el efecto es negativo. Todo lo demás constante, la presencia de automóvil disminuye la proporción del gasto dedicado a cada una de las categorías de alimentos. Esto puede deberse a los gastos asociados a la posesión de tal bien.

Al realizar el test de razones de verosimilitud (LRT) se encuentra que la inclusión de las características socioeconómicas es relevante. A la vez, la inclusión de variables educativas, de ingreso y riqueza en adición a variables de composición familiar, mejora de manera significativa el ajuste del modelo.

CUADRO 7

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE LA ESTIMACION POR QUINTILES DE INGRESO PER CAPITA (100 OBSERVACIONES POR MODELO)

	Quintiles de ingreso per cápita				
	I	II	III	IV	V
β_1	-0.70229	-0.73401	-0.72192	-0.75810	-0.76036
β_2	-0.39619	-0.48538	-0.47662	-0.47960	-0.56066
β_3	-0.36918	-0.41696	-0.31475	-0.32941	-0.34180
β_4	-0.44090	-0.47396	-0.41496	-0.40337	-0.40732
β_5	1.35E-05	1.47E-05	1.12E-05	9.04E-06	2.9E-06
Grupo 1	2.11453	2.72199	7.29760	2.19251	1.16783
Const.	1.97292	1.00482	6.03686	2.04583	1.21494
NUMPER	0.77214	2.64787	6.48659	1.88618	0.53943
Grupo 2	0.95268	2.62222	10.38385	2.10985	0.92131
Const.	1.77264	1.06947	11.28757	3.79325	2.95135
NUMPER	1.75562	0.73853	14.79120	4.81802	1.99986
Grupo 3	1.42884	-0.27803	-2.12604	0.65972	0.37492
Const.	1.55786	0.22512	-0.48663	0.98984	0.51494
NUMPER	0.65910	-1.34630	-3.10696	-0.06831	0.16782
Grupo 4	-0.19445	-1.14377	-3.92739	-0.71355	-0.53108
Const.	0.09181	-0.74902	-7.58859	-1.99128	-1.45020
NUMPER	-0.01304	-0.78393	-4.26268	-0.24940	0.10669
σ_1	0.28680	0.36804	0.90365	0.35341	0.41561
σ_2	0.30403	0.15368	0.43252	0.16743	0.24614
σ_3	0.25180	0.42708	0.37231	0.42405	0.41895
σ_4	0.34077	0.39362	0.44511	0.36284	0.26566
σ_5	0.28684	0.38174	0.18435	0.30748	0.38556
-Log. Verosim	3037.2	3076.1	3085.4	3096.7	3057.3

La estimación por quintiles de ingreso indica la presencia de efectos diferenciales de las características demográficas sobre el gasto de los quintiles en las categorías de bienes utilizadas (ver Cuadro 7).

Finalmente, el Cuadro 8 presenta la elasticidad gasto total que se deriva del modelo. Ella fue calculada para la canasta promedio en la muestra y se obtiene a partir de la siguiente fórmula:

$$\text{Elasticidad Ingreso} = \theta_i / x_i$$

donde $\theta_i = \exp(\epsilon_i) / \sum(\exp(\epsilon_j))$, para i y $j = 1, \dots, 5$. Para obtener el valor esperado de θ_i se tiene que:

$$E[\theta_i] = \frac{\exp(\gamma_i + 1/2 \sigma_{\epsilon_i}^2)}{\sum_{j=1}^5 \exp(\gamma_j + 1/2 \sigma_{\epsilon_j}^2)} \quad (22)$$

CUADRO 8
ELASTICIDAD GASTO TOTAL

SECTORES	ELASTICIDAD GASTO TOTAL	VALOR DE θ_i
Primero	1.616835	0.21989
Segundo	1.310806	0.26094
Tercero	0.920749	0.09299
Cuarto	2.714290	0.33114
Quinto	0.204733	0.08988

Los resultados de las elasticidades gasto total indican que las categorías Primera (comidas y bebidas fuera del hogar), Segunda (verdura, tubérculos, legumbres, café y té) y cuarta (pescados, mariscos, lácteos y huevos) presentan una elasticidad gasto total mayor que uno indicando que son bienes de lujo, mientras que las categorías Quinta (pan, cereales, féculas, carnes y menudencias) y tercera (aceites, mantecas, grasas y frutas) son bienes necesarios.

Es importante mencionar que la velocidad del proceso de optimización en converger a un óptimo en la estimación de los parámetros del modelo estructural (alrededor de 40 parámetros en algunas versiones) apoya la visión sobre las ventajas del marco analítico desarrollado.

V. Conclusiones Principales

En el presente trabajo se investigaron distintos enfoques para la especificación de funciones de utilidad directa con el fin de obtener preferencias que impliquen funciones de verosimilitud que no involucren integrales múltiples y, por ende, que fueran tratables computacionalmente.

Del análisis efectuado se obtuvo, como un primer resultado, una especificación estocástica para la función de utilidad directa que genera un sistema de demanda tratable desde el punto de vista computacional y que acomoda soluciones de esquina al proceso de maximización del consumidor. La función de verosimilitud implícita no requiere evaluar integrales múltiples, por lo que este marco analítico permite acomodar numerosas categorías de bienes.

Los principales resultados obtenidos sugieren que todos los grupos de bienes considerados, con la excepción del grupo conformado por pan, cereales, féculas, carne y menudencias, corresponden a bienes que no son de necesidad básica para

los hogares. Se obtuvo que tanto el número de personas en el hogar como el número de menores tienen un impacto positivo sobre la participación de las categorías de alimentos en el total de gastos de los hogares; el nivel de educación del jefe de hogar afecta de manera positiva al gasto en cada una de las categorías de consumo con la excepción del grupo de aceites, mantecas y grasas, en cuyo caso el efecto es negativo; todo lo demás constante, la presencia de automóvil disminuye la proporción del gasto dedicado a cada una de las categorías de alimentos. Las elasticidades de gasto total indican que las categorías comidas y bebidas fuera del hogar; verdura, tubérculos, legumbres, café y té; y pescados, mariscos, lácteos y huevos son bienes de lujo, mientras que las categorías pan, cereales, féculas, carnes y menudencias y aceites, mantecas, grasas y frutas son bienes necesarios.

Al realizar el test de razones de verosimilitud (LRT) se encuentra que la inclusión de las características socioeconómicas es relevante. A la vez, la inclusión de variables educativas, de ingreso y riqueza en adición a variables de composición familiar, mejora de manera significativa el ajuste del modelo.

La conclusión general obtenida es que el enfoque utilizado en el presente trabajo es prometedor en el sentido de ser capaz de estimar sistemas de demanda con un gran número de sectores, incorporando categorías de bienes con un consumo de cero para algunos hogares.

Notas

- ¹ Esto permitiría construir un sistema de demanda que permita examinar la validez de las restricciones derivadas del proceso de maximización.

Referencias

- BARTEN, A.P. (1968), "Estimating Demand Equations", *Econometrica*, 36.
- BLUNDELL, R., P. PASHARDES y G. WEBER (1993). "What Do We Learn About Consumer Demand Patterns from Micro Data?", *The American Economic Review*, junio.
- HANEMANN, M. (1984). "Discrete/Continuous Models of Consumer Demand", *Econometrica*, Vol. 52, No. 3, mayo.
- HEINEKE, J. y S. MICHAEL (1990). "Aggregation and Identification in Consumer Demand Systems", *Journal of Econometrics*, junio, 44, 377-90.
- LEE, L-F y M. PITT (1987). "Microeconomic models of Rationing, Imperfect Markets, and Non-Negativity Constraints", *Economic Development Center, Department of Economics, University of Minnesota*, mayo.
- LEE, L-F y M. PITT (1986). "Microeconomic Demand Systems with Binding Nonnegativity Constraints: The Dual Approach", *Econometrica* Vol. 54, No. 5, septiembre.
- MADDALA, G. (1985). "Limited Dependent Variables in Econometrics", *Econometric Society Publication*, No. 3, Cambridge University Press.
- MCFADDEN, D. (1986). *A Method of Simulated Moments for Estimation of Multinomial Probits Without Numerical Integration*, MIT.
- MCFADDEN, D. (1978). "Modelling the Choice of Residential Location", En A. Karlquist et al., eds., *Spatial Interaction Theory and Planning Models*, Amsterdam: North-Holland Publishing.
- MCFADDEN, D. (1973). "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior", en P. Zarembka, editor, *Frontier in Econometrics*. Academic Press, New York.

- MEGHIR, C. y J-M. ROBIN (1988). "Frequency of Purchase and the Estimation of Demand Systems", Department of Economics, *University College London*, diciembre.
- POLLAK, R.A. y T.J. WALES (1969). "Estimation of the Linear Expenditure System", *Econometrica* 37.
- PUDNEY, S. (1991). *Modelling Individual Choice: The Econometric of Corners, Kinks and Holes*, Basil Blackwell Ltd.
- WALES, T.J. y A.D. WOODLAND (1983). "Estimation of Consumer Demand Systems with Binding Non-negativity Constraints", *Journal of Econometrics* 21.