

## REGULACION DE LAS MODALIDADES DE PENSION EN LOS SISTEMAS DE CAPITALIZACION DE AMERICA LATINA\*

ANA LEJARRAGA GARCIA\*\*

CARLOS VIDAL MELIA\*\*

JOSE E. DEVESA CARPIO\*\*

Universidad de Valencia, España

### Abstract

*In this paper we analyze the different types of pension plans available in those Latin American countries which have pension systems based on individual capitalization accounts with defined contributions. Based on ideas first put forward by Yaari (1965) and developed by Kotlikoff and Spivak (1981) and Brown (1999), we set out an optimization model to determine the expected utility of each type of pension plan according to the different preferences and perceptions of the individual. We also carry out an analysis of individual welfare based on the concept of equivalent wealth. Finally, other characteristics are gradually incorporated into the basic model in order to answer whether the types of pension plans available should be limited exclusively to lifetime annuities, as is the case in most countries with pay-as-you-go systems and in some countries with capitalization systems, or whether the individual should have some degree of freedom to choose according to his personal circumstances and preferences.*

\* Este trabajo ha recibido una ayuda financiera de la Fundación de Cajas de Ahorros Confederadas para la Investigación Económica y Social (FUNCAS). Los autores agradecen la ayuda recibida en los aspectos más matemáticos de R. Meneu y, especialmente, de M. Ventura, así como los valiosos comentarios y sugerencias realizados por dos evaluadores anónimos, el comité editorial y por R. Soto, editor de la *Revista de Análisis Económico*. Versiones preliminares de este trabajo han sido presentadas en tres congresos internacionales celebrados en México, Portugal y España. Cualquier error que pueda contener el trabajo es enteramente imputable a los autores.

\*\* Facultad de Economía. Departamento de Economía Financiera. E-mail: ana.lejarraga@gseguros.com. E-mail: carlos.vidal@uv.es. E-mail: enrique.devesa@uv.es (autor al que debe dirigirse la correspondencia).

## I. Introducción

Un numeroso grupo de países de América Latina ha transformado parcial o totalmente sus sistemas de pensiones<sup>1</sup> en sistemas de capitalización individual de aportación definida, en donde alcanza una mayor importancia la idea de responsabilidad individual y libertad de elección. Se ha buscado con estos sistemas una consolidación de los mercados de capitales, una reducción de la carga estatal, una mayor participación de la gestión privada y del individuo en la previsión de los riesgos personales, una mayor equidad, la diversificación de los riesgos asociados a los sistemas puros y, sobre todo, un aumento de la claridad y transparencia del sistema al hacerlo más independiente de los vaivenes políticos, aunque, por lo sucedido en Argentina, todavía no lo suficiente.

Chile (1981) fue el pionero en las reformas y, quizás, el que la ha llevado a la práctica de la forma más drástica, debido a sus especiales condiciones políticas en el momento de la reforma. En la década siguiente, Perú (1993) y Colombia (1993) fueron los que, tomando elementos del modelo chileno, reformaron sus sistemas, pero manteniendo en paralelo el sistema público de reparto. Argentina (1994) creó un sistema integrado, en donde la pensión proviene de diversas fuentes. Uruguay (1995) introdujo un sistema similar al argentino, pero ha cerrado la incorporación al sistema antiguo. México (1995) ha establecido un sistema con muchos puntos en común con el chileno, pero con administración pública y privada de los fondos. También Costa Rica (1995 y 2000), Bolivia (1997), El Salvador (1998) han realizado recientes reformas, siendo estos dos últimos, los países que se asemejan más al modelo pionero. Las modificaciones de los sistemas previsionales se están extendiendo a otros países de América Latina<sup>2</sup>.

Este trabajo se va a ocupar, mediante el desarrollo y aplicación de un modelo de optimización, de proporcionar mayor información para poder hacer frente a la importante decisión que debe adoptar, en el momento de su jubilación, el pensionista que provenga de un sistema de capitalización de aportación definida: cómo distribuir sus ingresos a partir de esa fecha. Para ello se van a utilizar dos elementos fundamentales: la cuantificación de la utilidad esperada y la medición del bienestar mediante la denominada riqueza equivalente. Además, para dicho análisis se deberán tener en cuenta, entre otras, las siguientes cuestiones: sus expectativas de vida, motivaciones respecto a la posibilidad de dejar una herencia, la mayor o menor impaciencia por el consumo, la protección frente a riesgos de difícil aseguramiento, su situación personal (casado o soltero), la posible existencia de otras pensiones de la Seguridad Social en forma de renta y las modalidades de pensión disponibles. Parece lógico que esta decisión sea mucho más compleja en los sistemas de aportación definida que en aquéllos en los que las prestaciones ya estén predeterminadas.

Uno de los elementos más importantes, desde el punto de vista económico, que debe abordar el pensionista, gira en torno a la decisión de contratar o no una renta vitalicia. En el caso de que así lo haga, la compañía de seguros asume el riesgo de longevidad del asegurado y garantiza un determinado tipo de interés a cambio de una prima única. Sin embargo, está empíricamente contrastado, Friend-

man y Warshawsky (1990) o Brown (1999), el hecho de que muy pocos individuos contratan rentas aseguradas voluntariamente, sin que se conozcan los motivos exactos que provocan esta escasez de demanda, aunque se sabe que existen determinados factores que influyen en esta decisión. Esto ha conducido a una serie de investigaciones para encontrar soluciones al denominado “enigma de las rentas” en Estados Unidos. Entre las explicaciones estudiadas está el papel que desempeñan los motivos de herencia (Bernheim, 1991; Abel y Warshawsky, 1990), selección adversa y costos de administración (Friendman y Warshawsky, 1988; Mitchell *et al.*, 1999), y la capacidad de las familias para agrupar riesgos y así sustituir el mercado de rentas privadas (Brown y Poterba, 2000; Kotlikoff y Spivak, 1981). Otros motivos son: la existencia de pensiones de la Seguridad Social, la escasa flexibilidad en la forma de cobro de las prestaciones, la falta de conocimiento por parte de los consumidores sobre el beneficio que supone cobrar en forma de renta vitalicia o el diferente tratamiento fiscal al que se ven sometidas en algunos países las distintas modalidades de pensión (que no siempre benefician a la alternativa de cobro en forma de renta vitalicia).

El trabajo se estructura de la siguiente manera: en la sección II se realiza un análisis de las modalidades de pensión disponibles en los países de América Latina con cuentas de capitalización individual de aportación definida. Posteriormente, se desarrolla un modelo de optimización basado en el planteamiento inicialmente realizado por Yaari (1965), desarrollado por Kotlikoff y Spivak (1981) o Brown (1999), entre otros, y que se aplica para determinar la utilidad esperada que proporciona cada una de las modalidades de pensión analizadas en función de las distintas preferencias por el consumo y percepciones sobre el riesgo de los individuos. Una diferencia importante respecto a otros trabajos es que se introduce el retiro programado, modalidad con gran implantación en los países de América Latina. También se realiza un análisis del bienestar individual a partir del concepto de riqueza equivalente en la sección V. Posteriormente, al modelo básico se le van incorporando, en la sección VI, diversas características con el fin de poder contestar a la pregunta de si las modalidades de pensión disponibles se deberían limitar exclusivamente a las rentas vitalicias, tal y como ocurre en los sistemas de reparto, o dejar algún grado de libertad para que el individuo pueda ajustarse a sus circunstancias y preferencias personales. Finalmente, en la última sección se presentan las conclusiones del estudio.

## **II. Modalidades de Pensión en los Países de América Latina con Cuentas de Capitalización Individual**

La descripción de las modalidades de pensión<sup>3</sup> se va a centrar en los países de América Latina con sistemas de pensiones reformados, tomando como referencia el caso chileno y comentando las particularidades de otros países. Las opciones básicas de cobro de la pensión de jubilación en Chile son: renta vitalicia, retiro programado, o una combinación de ambas. También, en Colombia, Perú y El Salvador se pueden encontrar las mismas opciones (véase Tabla 1). En los otros

TABLA 1

## MODALIDADES DE PENSION EN LOS PAISES DE AMERICA LATINA

Países →									
Modalidades↓	Chile	Perú	Colombia	Argentina	Uruguay	México	Bolivia	El Salvador	Costa Rica
Retiro Programado	Sí	Sí	Sí	Sí	No	Sí	No	Sí	No
Retiro Fraccionado	No	No	No	Sí	No	No	No	No	No
Retiro Permanente	No	No	No	No	No	No	No	No	Sí
Renta Vitalicia	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Retiro Programado o Renta Temporal con Renta Vitalicia Diferida	Sí	Sí	Sí	No	No	No	No	Sí	No
Excedente de Libre Disponibilidad <sup>5</sup>	Sí	Sí	Sí	Sí	No	Sí	No	Sí	Sí

Fuente: Elaboración propia basada en Vidal, Lejárraga y Devesa (2002) y diversos Organismos Reguladores

países contemplados hay más variaciones. Asimismo, cabe señalar que en algunos países no todos los pensionistas pueden escoger modalidad de pensión, sino sólo aquéllos que pueden financiar una renta vitalicia superior a la pensión mínima establecida en su caso.

En el retiro programado, el afiliado obtiene el cobro de la pensión con cargo al saldo de su cuenta de capitalización individual (CCI), que al permanecer bajo la responsabilidad y gestión de la administradora permite que el jubilado se beneficie de la rentabilidad del Fondo. La pensión se fija por períodos anuales y se expresa en “unidades de fomento”, que es una unidad monetaria que se corrige mensualmente de acuerdo a la variación del Índice de Precios al Consumidor (IPC) del mes anterior<sup>4</sup>. La cuantía se calcula considerando el saldo de la cuenta individual, el tipo de interés técnico definido por ley y las expectativas de vida del trabajador y de su grupo familiar según las tablas de mortalidad del Instituto Nacional de Estadísticas. El perfil que el contratante de esta modalidad suele poseer se caracteriza por: expectativa de vida reducida, tolerancia a la fluctuación anual del importe de la pensión (normalmente con perfil decreciente), preferencia por una eventual mayor rentabilidad de su fondo (el jubilado asume el riesgo de reinversión) y por dejar herencia a familiares o terceros.

La renta vitalicia es la modalidad de pensión que contrata el afiliado con una compañía de seguros de vida. Se suscribe un contrato irrevocable entre las partes

por el que el afiliado transfiere los fondos de su cuenta individual a la compañía aseguradora, a cambio de lo cual ésta se obliga a pagar al nuevo pensionista una renta mensual fija de por vida expresada en “unidades de fomento”, una cuota mortuoria y pensiones de supervivencia a los beneficiarios, según sea el caso. El perfil del comprador de la renta vitalicia se caracteriza por: elevada expectativa de esperanza de vida, aversión al riesgo, preferencia por una pensión estable (con lo que renuncia a rentabilidades potencialmente elevadas a cambio de mayor seguridad), tener beneficiarios de pensión de supervivencia jóvenes. La administradora asume todos los riesgos, lo que se traduce en un mayor precio por sus servicios.

La renta temporal con renta vitalicia diferida es una combinación de las dos modalidades de pensión antes referidas. En este caso, el afiliado contrata con una compañía de seguros de vida el cobro de una renta mensual a contar desde una fecha expresamente determinada, quedando la diferencia en una cuenta de capitalización individual de la que el pensionista recibe una renta temporal durante el período que transcurrirá hasta que entre en vigor la renta vitalicia diferida. En esta modalidad, el afiliado mantiene la propiedad de los fondos de la renta temporal y, por lo tanto, durante este plazo asume el riesgo financiero. El fondo restante es transferido a la compañía de seguros con la que contrató la renta vitalicia diferida, compañía que pasa a ser propietaria de los fondos, por lo que queda obligada a asumir los riesgos financiero y de supervivencia del afiliado. La renta vitalicia que se contrate no puede ser inferior al 50% del primer pago de la renta temporal ni superior al 100% de dicho pago. En este caso, el perfil del contratante presenta similares características al anterior, pero tiene preferencia por una mayor pensión al inicio.

En la mayoría de los países, la renta vitalicia es de tipo “familiar”: el afiliado contrata con una compañía de seguros de vida el cobro de una renta mensual hasta su muerte y una pensión de supervivencia para sus beneficiarios. En algunos países aparecen también las rentas vitalicias con período de pago garantizado.

Las particularidades más relevantes son las que a continuación se indican. En Bolivia, existen dos opciones: renta vitalicia fija y mensualidad vitalicia variable. Esta última modalidad se puede definir como un retiro programado de grupo. Se diferencia del retiro programado normal porque cubre el riesgo de supervivencia individual, aunque, al contrario de la renta vitalicia, no otorga garantía demográfica alguna, lo cual abarata su precio. En realidad, es un tipo de autoseguro de supervivencia asumido por el grupo de personas que, permaneciendo en la misma administradora, han elegido esta modalidad. Además, se suele ofrecer la posibilidad de poder invertir el saldo entre Fondos con diferentes combinaciones de rentabilidad-riesgo.

En Perú, la cuantía de la renta es constante en el tiempo, si bien en el caso de renta vitalicia familiar, cuando se percibe en soles, se reajusta la pensión por el índice de precios al consumo de la ciudad de Lima (IPC) o el indicador que lo sustituya, mientras que si se percibe en dólares no se reajusta según dicho IPC.

El retiro fraccionado es una modalidad exclusiva del sistema argentino y sólo pueden optar aquellos afiliados cuyo saldo en su CCI no alcance el mínimo para

obtener una prestación periódica mínima (teniendo en cuenta una serie de aspectos, como la esperanza de vida, etc.), extinguiéndose al agotarse el saldo de la CCI o a la muerte del afiliado. En la mayoría de los países, si el afiliado obtiene una pensión superior a un determinado límite, puede utilizar el llamado “excedente de libre disponibilidad” para el uso que el afiliado estime conveniente.

Por último, en Costa Rica, según la Ley 7.983, los afiliados al Régimen Obligatorio de Pensiones Complementarias podrán utilizar sus recursos para comprar una renta vitalicia o acogerse a una renta permanente. Los afiliados podrán elegir una o ambas formas y modificar su elección sólo para trasladarse de una renta permanente a una renta vitalicia. En la modalidad de renta permanente, el afiliado mantiene los fondos en la administradora, pero cada mes recibe a cambio los rendimientos generados. Una vez que fallezca, el monto principal lo hereda la persona o personas que él decida. Asimismo, en la legislación se establece que el Consejo Nacional podrá autorizar otras modalidades de prestaciones, siempre y cuando se respete el principio de seguridad económica de los afiliados, y no contravengan los principios de la Ley 7.983.

En resumen, de acuerdo con todo lo anterior, los países de América Latina se pueden agrupar en tres clases diferentes:

- a) Países en donde no existe libertad de elección y obligatoriamente la modalidad de pensión tiene que ser la renta vitalicia: Bolivia y Uruguay.
- b) Países en los que sí existe cierta libertad de elección y no hay rentas preexistentes procedentes del primer pilar del sistema de pensiones: Chile, Colombia, México, El Salvador y Perú, cuya problemática se corresponde principalmente con la planteada en la sección IV.
- c) Países en los que sí existe cierta libertad de elección y puede haber rentas preexistentes procedentes del primer pilar del sistema de pensiones: Argentina y Costa Rica, cuya problemática se analiza, principalmente, en la sección VI.

En las secciones siguientes se va a estudiar cuál es el impacto sobre la utilidad y sobre el bienestar del individuo de la elección de algunas de las modalidades expuestas en la Tabla 1.

### **III. El Modelo Básico de Elección de la Modalidad de Pensión**

En la fecha de jubilación, el individuo debe decidir cómo distribuir su riqueza acumulada, para asegurarse de que podrá hacer frente a sus necesidades de consumo futuras, intentando maximizar la utilidad esperada que obtendrá con el flujo de consumo elegido. Se supone que el individuo puede destinar la totalidad de su riqueza a alguna de las modalidades de pensión que se han descrito en la sección anterior. Más formalmente, obtener el flujo de consumo óptimo en este modelo de ciclo de vida multiperíodo y estocástico (la incertidumbre deviene de la fecha en la que el individuo fallecerá) requiere aplicar técnicas de optimización multi-

período o dinámicas. No se considera otro tipo de incertidumbre asociada al tipo de interés, evolución de la mortalidad o de la tasa de inflación.

Sea  $U(C_t)$  la función de bienestar del período correspondiente a la edad  $t$ , definida sobre el consumo ( $C_t$ );  $\delta$  es la tasa pura de preferencia del tiempo, es decir, el factor de actualización exponencial clásico de la utilidad futura;  $\omega$  el máximo largo de vida posible de un individuo;  $e_j$  la edad de jubilación. La utilidad esperada ( $UE$ ) viene dada por la siguiente expresión:

$$UE = \sum_{t=e_j}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-e_j}} {}_{t+1-e_j}P_{e_j} \quad (1)$$

donde:

${}_{t+1-e_j}P_{e_j}$ : Probabilidad de que un individuo de edad  $e_j$  cumpla  $t+1-e_j$  años más.

Se parte de la hipótesis de que los individuos manifiestan una aversión relativa al riesgo constante (lo que implica una aversión absoluta al riesgo decreciente), y que su función de utilidad del consumo adopta la siguiente forma:

$$U(C_t) = \begin{cases} \frac{\left[ \frac{C_t}{(1+\pi)^{t+1-e_j}} \right]^{1-\beta} - 1}{1-\beta}, & \text{si } \beta \neq 1 \\ \text{Ln} \left[ \frac{C_t}{(1+\pi)^{t+1-e_j}} \right], & \text{si } \beta = 1 \end{cases} \quad (2)$$

donde  $\beta$ , coeficiente de Pratt-Arrow, representa tanto la aversión al riesgo como la inversa de la elasticidad de la sustitución intertemporal del consumo, lo que significa que para un valor de  $\beta$  elevado, el individuo está menos dispuesto a sustituir consumo a lo largo del tiempo en respuesta a incentivos proporcionados a través del tipo de interés. Una comodidad analítica que brinda la elección de esta función de utilidad es que el problema permanece invariable a la escala de la riqueza.

Además, se considera como hipótesis adicional que el estado civil del individuo es soltero, lo que no supone una pérdida de generalidad del modelo, ya que los resultados alcanzados por Brown (1999) indican que la capacidad del modelo simple de ciclo de vida para predecir la conducta en las rentas es más fuerte entre solteros<sup>6</sup>. Asimismo, se adopta el supuesto de que no existen motivos de herencia, lo que matemáticamente significa que la riqueza en cada momento no tiene que

tener un nivel mínimo. En relación con esta última hipótesis, en el último trabajo citado se pone en duda<sup>7</sup> la importancia de los motivos de herencia en la influencia de las decisiones marginales de comprar rentas. Esto indica que un modelo simple de ciclo de vida sin herencia<sup>8</sup> genera predicciones que son consistentes con la conducta marginal de compra de rentas vitalicias y, como tal, proporciona una primera y útil aproximación de la conducta del consumidor.

### 3.1 El individuo no tiene acceso al mercado de rentas vitalicias

Suponiendo separabilidad y aditividad del consumo a lo largo del tiempo y que el individuo no tiene acceso al mercado de rentas actuariales, el problema del consumidor se puede plantear, si se especifica la relación entre consumo y riqueza de acuerdo con la restricción (4), como:

$$\max_C \sum_{t=e_j}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-e_j}} P_{e_j}^{t+1-e_j} \quad (3)$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1} \quad (4)$$

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \quad (5)$$

donde:

$W_t$  : Riqueza correspondiente a la edad  $t$ .

$r$  : Tipo de interés real del mercado (se supone constante a lo largo de la vida del jubilado).

$\pi$  : Tasa de inflación esperada.

El flujo de consumo óptimo se obtiene a partir de las siguientes ecuaciones<sup>9</sup>:

$$C_{e_j} = \frac{W_{e_j} - W_{\omega} [(1+r)(1+\pi)]^{-(\omega-e_j)}}{\sum_{t=e_j}^{\omega-1} (1+\pi) \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-e_j}{\beta}} \left[ P_{e_j+1} \right]^{\frac{1}{\beta}} [1+r]^{-(t-(e_j-1))}} \quad (6)$$

$$C_t = C_{e_j} (1+\pi)^{t-e_j} \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-e_j}{\beta}} \left[ P_{e_j+1} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (7)$$

Como se deduce de las ecuaciones (6) y (7), la elección del consumo óptimo depende de: la aversión al riesgo del jubilado, la relación entre el tipo de interés



de mercado y la tasa de preferencia del tiempo y de las probabilidades de supervivencia en cada momento. En el caso de que el tanto de descuento de la utilidad sea mayor o igual que el tipo de interés, el flujo de consumo es decreciente en términos reales. En caso contrario, la evolución del consumo dependerá del peso relativo de la mencionada relación sobre la probabilidad de vida<sup>10</sup>.

### 3.2 El individuo puede contratar una renta vitalicia a cambio de una prima única

En este apartado se considera el caso en que el individuo, para protegerse del riesgo de longevidad, decide contratar una renta vitalicia de cuantía inicial  $A_{ej}$ , a cambio de una prima única de importe igual a  $W_{RENTAS}$ :

$$A_{ej} = \frac{W_{RENTAS}}{\sum_{t=ej}^{\omega} \frac{(1+\alpha)^{t-ej} \cdot \theta}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} \quad {}_{t+1-ej}P_{ej}^*} \quad (8)$$

$$A_t = A_{ej}(1+\alpha)^{t-ej}, \quad \forall t \quad (9)$$

Se trata de una renta vitalicia creciente con un incremento anual acumulativo igual a  $\alpha$ . En el caso de que la renta esté indizada a la inflación,  $\alpha$  coincidirá con  $\pi$ . Cuando  $\alpha$  es igual a 0, la renta es constante, es decir, decreciente en términos reales. El término  $\theta$  representa los gastos de gestión que cobra la compañía de seguros. Normalmente  $\theta = \left[ \frac{1+ggi}{1-gge} \right]$ , donde  $ggi$  son los recargos que establece la compañía por concepto de costo de administración de la póliza de seguros, mientras que el factor  $gge$  corresponde a los gastos de gestión externa aplicados por concepto de gastos derivados de la comercialización de la póliza;  ${}_{t+1-ej}P_{ej}^*$  es la probabilidad de que un individuo de edad  $ej$  alcance la edad  $t+1$ , en función de las tablas de mortalidad utilizadas por la compañía de seguros; y  $W_{RENTAS}$  es la parte de la riqueza inicial que el individuo destina a la contratación de la renta vitalicia.

Como hipótesis adicional se ha supuesto que el nivel de renta al que el individuo puede acceder cuando contrate la renta vitalicia es superior al mínimo garantizado que establecen determinados sistemas de pensiones.

En este caso, la restricción dada por la riqueza se puede plantear:

$$W_{t+1} = W_t(1+r)(1+\pi) + A_{ej}(1+\alpha)^{t-ej} - C_t \quad (10)$$

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \quad (11)$$

siendo  $W_{ej}$  la riqueza inicial, deducida la riqueza destinada a rentas.

La restricción así expresada es similar a la que plantean Brown, Mitchell y Poterba (1999): el individuo, al enfrentarse al problema de optimización, valora el consumo de forma análoga al caso en que no tiene acceso a las rentas, sin aplicarle, explícitamente, las probabilidades de vida en la restricción. La diferencia viene dada porque ahora existe un flujo de ingresos cierto igual a la renta vitalicia (que la compañía de seguros pagará al asegurado mientras viva).

En este caso, la solución analítica obtenida a partir de las ecuaciones de Euler, de forma similar al problema con la restricción Kotlikoff y Spivak (1981)<sup>11</sup>, conduce a valores de la riqueza negativos en prácticamente la totalidad de los casos. La incorporación explícita de la condición de no negatividad de la riqueza comporta que no sea posible reducir la solución a una expresión analítica, por lo que se ha recurrido a considerar el modelo como un problema de optimización no lineal multiperíodo que permita obtener el consumo óptimo y la utilidad esperada.

### 3.3 El individuo puede contratar un retiro programado

Algunos países, tal y como se ha comentado en el apartado anterior, al reformar sus sistemas de pensiones, han optado por incluir, con determinadas restricciones, la modalidad de pensión en forma de retiro programado<sup>12</sup>. En este tipo de renta, el jubilado mantiene una cuenta de capitalización individual, pudiendo retirar el importe que se obtiene de dividir el saldo acumulado en su cuenta por el capital necesario para pagar una unidad de pensión. El cálculo se hace cada año, teniendo en cuenta –además de la rentabilidad real alcanzada con el fondo acumulado– que, como consecuencia de vivir un año más, cambia la relación entre los fondos disponibles y la esperanza de vida y que la tasa de interés técnico utilizada también se modifica cada año, en función de la evolución de los mercados.

De esta forma, en cada edad  $t$ , el importe máximo de la renta que puede retirar vendrá dado por:

$$A_t = \frac{W_t^{RP} (1+i)(1+\pi)}{\sum_{s=t}^{\infty} \frac{1}{[(1+i)(1+\pi)]^{s+1-t}} P_{s+1-t}^*}, \quad \forall t \quad (12)$$

donde  $W_t^{RP}$  es el fondo acumulado en la cuenta de capitalización al inicio de la anualidad correspondiente a la edad  $t$ :

$$W_t^{RP} = W_{t-1}^{RP} (1+i)(1+\pi) - A_{t-1}, \quad \forall t \quad (13)$$

$i$  es la rentabilidad que se espera obtener en la cuenta de capitalización, que en principio se supone igual a la realmente obtenida.

Aplicando esta igualdad recursivamente se obtiene:

$$W_t^{RP} = W_{ej}^{RP} [(1+i)(1+\pi)]^t - \sum_{s=ej}^{t-1} A_s \cdot [(1+i)(1+\pi)]^{t-(s+1)}, \quad \forall t \quad (14)$$

Se supone que, en cada edad  $t$ , el individuo retira del fondo acumulado el importe de renta máximo permitido ( $A_t$ ), y que mantiene una riqueza inicial no destinada a rentas  $W_{ej}$ . Se supone, además, que si el consumo en el año que corresponde a la edad  $t$  es inferior al importe del retiro programado  $A_t$ , el excedente pasa a formar parte de la riqueza no destinada a renta, es decir:

$$W_{t+1} = W_t(1+r)(1+\pi) - C_t + A_t \quad (15)$$

Bajo este supuesto, el problema de maximización se concreta en:

$$\max_C \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-ej}} \quad (16)$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1} + A_t \quad (17)$$

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \quad (18)$$

siendo:

$$W_{ej} = W_0 - W_{ej}^{RP} \quad (19)$$

### 3.4 Utilidad esperada en el modelo básico

En este apartado, a partir de las tablas de mortalidad y supervivencia GRMF-95, se ha calculado el valor de la utilidad esperada, en función de diferentes grados de aversión al riesgo, tipo de interés de mercado y tasa de preferencia de acuerdo con el modelo exponencial, tanto para hombres como para mujeres.

A pesar de que no existe un consenso en la literatura acerca de cuáles son los valores del grado de aversión al riesgo que deban emplearse, en este estudio se han considerado valores<sup>13</sup> cercanos a los utilizados por Brown (1999). Asimismo, la facilidad o dificultad de cálculo de los distintos valores de la riqueza equivalente (que se estudiará en la sección IV) también es un elemento que influye en los valores del parámetro de aversión al riesgo elegidos por los distintos autores a la hora de realizar sus simulaciones. Así por ejemplo, los autores, como es el caso de Walliser (1999), que presentan expresiones analíticas para la determinación del consumo óptimo y el posterior valor de riqueza equivalente, no tienen dificultades con valores del parámetro de aversión al riesgo elevados, ya que no consideran explícitamente las condiciones de no negatividad. Cuestión muy distinta es la

utilización de métodos de optimización multiperíodo, que sí consideran dicho tipo de restricciones así como las variables duales cuando éstas se saturan, por lo que los valores de  $\beta$  elevados producen dificultades crecientes en los cálculos y requieren de programas informáticos de optimización no lineal específicos y de ordenadores adecuados.

En este trabajo, el planteamiento matemático<sup>14</sup> se ha traducido al lenguaje de programación propio del paquete de programas de optimización LINGO®<sup>15</sup> con el que se han obtenido los resultados que se presentan en las diversas tablas. Para los problemas de programación no lineal, el paquete informático LINGO® utiliza un algoritmo basado en el método del Gradiente Reducido Generalizado 2 (GRG2); además para ayudar a obtener rápidamente una primera solución factible incorpora un algoritmo de programación lineal recursiva. El GRG2 está basado en el método del gradiente reducido de Wolfe, generalizado por Abadie y Carpentier, en el que la dirección factible de mejora no es el gradiente reducido generalizado (GRG), sino una aproximación de segundo orden<sup>16</sup>.

Inicialmente, se ha considerado que la compañía de seguros no aplica ningún tipo de gastos en la contratación de la renta vitalicia a prima única, así como que las probabilidades que utiliza en la determinación de la prima coinciden con las probabilidades subjetivas del consumidor (las que él considera a la hora de valorar la utilidad esperada en función de la información adicional de que dispone). Además, se ha supuesto que el tipo de interés real del mercado,  $r$ , es el 3%, que el grado de aversión al riesgo puede tomar cuatro valores que representan suficientemente a los individuos, que la edad de jubilación es de 65 años tanto para hombres como para mujeres, y que la inflación es igual a “ $r/2$ ”.

Asimismo, se han establecido los siguientes valores de la tasa de preferencia según el grado de impaciencia del individuo y en función de la siguiente fórmula:  $\delta = \lambda[(1+r)(1+\pi) - 1]$ , en donde los distintos valores de  $\lambda$  (2; 1,5; 1; 0,5; 0,25) califican a los individuos, respectivamente, como (A): Muy impaciente, (B): Impaciente, (C): Indiferente a la impaciencia, (D): Poco impaciente, y (E): Muy poco impaciente. Con todos estos datos, los valores de  $\delta$ , para el caso general, son los que aparecen en la Tabla 2. Hay que señalar que en la mayoría de los trabajos citados no se suele hacer hincapié en el grado de impaciencia. Pocas veces se considera a las personas impacientes o muy impacientes; esto puede ser debido a que representan mayores dificultades de cálculo.

Analizando la utilidad esperada, obtenida a partir del flujo de consumo futuro que maximiza dicha utilidad esperada en las diferentes situaciones, se puede establecer el perfil teórico de los individuos que tienen más probabilidades de destinar toda o parte de la riqueza acumulada en la jubilación a la contratación de una renta vitalicia indizada (I) o no indizada (NI).

En la Tabla<sup>17</sup> 2 se presenta un extracto de la jerarquización alcanzada. Aparentemente, las rentas vitalicias deberían ser obligatorias, tal y como ocurre en Bolivia y Uruguay, ya que en la mayoría de los casos son las que proporcionan una mayor utilidad esperada. La utilidad esperada sin destinar nada a rentas (SR) siempre está por debajo de la obtenida cuando se destina la riqueza acumulada a la contratación de una renta vitalicia con una compañía de seguros, a cambio de

TABLA 2  
JERARQUIZACION

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		NI	NI	NI	NI	SR	NI	NI	NI
B (0,068175)		NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI
C (0,04545)		NI	NI	I	I	NI	NI	I	I
D (0,022725)		I	I	I	I	I	I	I	I
E (0,0113625)		I	I	I	I	I	I	I	I

una prima única, salvo en el caso de las mujeres poco adversas al riesgo y con gran impaciencia por consumir. Este resultado es consistente con las conclusiones de Yaari (1965) que afirma que, cuando no existen motivaciones para dejar una herencia, el individuo siempre hará una mejor valoración si puede acceder al mercado de rentas que cuando no tiene acceso a éste.

La contratación de una renta constante en términos nominales (decreciente en términos reales o no indizada), resulta más útil que la contratación de una renta indizada respecto a la inflación (constante en términos reales), en individuos con impaciencia por el consumo. Si el individuo es indiferente al consumo dependerá de su actitud frente al riesgo: cuanto mayor sea su aversión al riesgo mayor tendencia tendrá a elegir una renta vitalicia indizada.

En las Figuras 1 y 2 se representan los gráficos en los que aparece el flujo óptimo de consumo en términos reales, en el supuesto de que el consumidor, llegada la edad de jubilación, destinara una unidad monetaria a las siguientes modalidades: no tener rentas vitalicias, comprar una renta vitalicia constante en términos nominales, comprar una renta vitalicia indizada o bien optar por un retiro programado, tanto en el caso de hombres como de mujeres.

En principio, los gráficos segundo y tercero de cada figura parecen los más adecuados para ilustrar el *valor* de las rentas vitalicias. Parece claro que estos instrumentos pueden mejorar la situación económica de las personas cuando no es posible el acceso al mercado de rentas, ya que dado que la esperanza de vida es incierta, el pensionista debería gastar lentamente la riqueza acumulada tras la jubilación para asegurarse un consumo adecuado en caso de vivir durante un período prolongado. Es constatable que este tipo de *autoseguro* es muy poco eficiente, ya que aumenta las posibilidades de que las personas consuman menos de lo que podrían haber consumido si supieran con exactitud la fecha de fallecimiento.

La eficiencia de la modalidad de autoseguro se puede incrementar notablemente mediante la contratación de las rentas vitalicias que acumulan el riesgo de todos los individuos y permite proporcionar al pensionista un consumo mayor y más

FIGURA 1

FLUJO DE CONSUMO OPTIMO PARA HOMBRES

[1]-Sin rentas, [2]-Rta. no indizada, [3]-Rta. indizada, [4]-Retiro programado

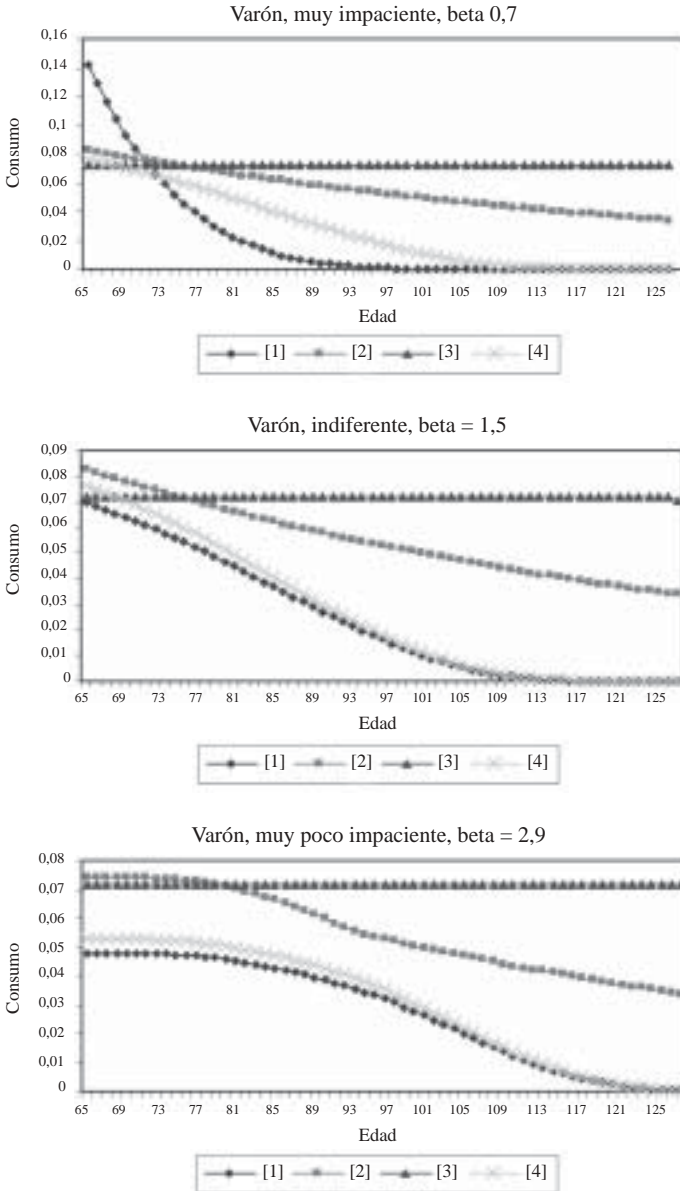
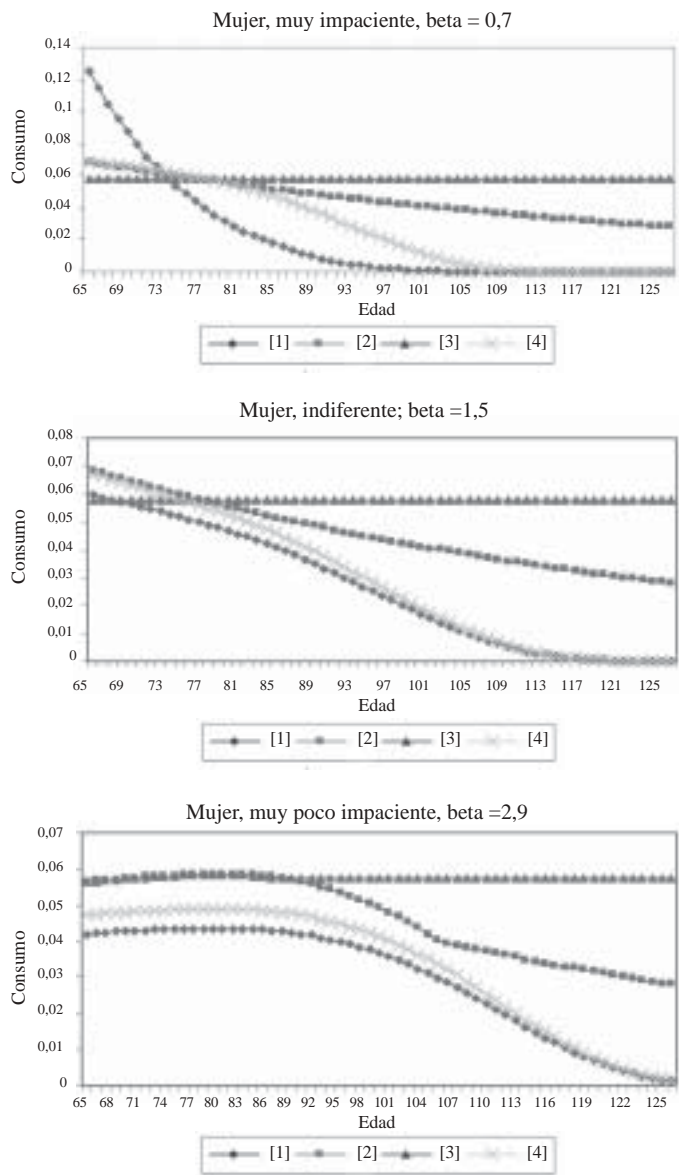


FIGURA 2

FLUJO DE CONSUMO OPTIMO PARA MUJERES

[1]-Sin rentas, [2]-Rta. no indizada, [3]-Rta. indizada, [4]-Retiro programado



estable a lo largo del tiempo, eliminando el riesgo de agotar los recursos y caer en la indigencia. El consumo óptimo con retiro programado en los gráficos segundo y tercero tiene prácticamente la misma forma que el flujo óptimo cuando no se accede a rentas aunque ligeramente desplazado hacia arriba; esto no es más que el reflejo del mayor rendimiento supuesto en la cuenta de capitalización individual. Tal y como ya se ha comentado con anterioridad, la elección del flujo de consumo que maximiza la utilidad esperada dependerá de diversos factores: del nivel de riqueza inicial, de la renta que el individuo decida contratar y, por tanto, de la cuantía de riqueza destinada a la misma, de la riqueza final deseada, del tipo de interés del mercado  $r$ , de la tasa de inflación  $\pi$ , de la impaciencia del consumidor  $\delta$ , de la esperanza de vida del individuo y del grado de aversión al riesgo  $\beta$  que éste manifieste.

#### IV. Riqueza Equivalente en el Modelo Básico

La ganancia de bienestar se puede valorar mediante una medida<sup>18</sup> que determina cuál sería el nivel de riqueza adicional necesario para situarse en la misma curva de utilidad esperada en cualquiera de los casos analizados. Esta medida es la *riqueza equivalente*, que viene dada por:

$$REQU = \frac{W_0 + \Delta W}{W_0} \quad (20)$$

siendo  $\Delta W$  la cantidad de riqueza adicional que se debe dar al consumidor para que, siguiendo su flujo de consumo óptimo en cualquiera de los casos planteados, pueda alcanzar el mismo nivel de utilidad que obtiene cuando maximiza el flujo de consumo en cualquier otro de ellos. Más específicamente, esta medida va dirigida a determinar en cuánto valoraría el consumidor, adverso al riesgo, la posibilidad de poder contratar una renta vitalicia o, en su caso, un retiro programado y poder protegerse contra el riesgo de una excesiva longevidad en términos de la métrica que aporta la teoría de la utilidad.

Brown, Mitchell y Poterba (1999) utilizan un algoritmo de búsqueda numérico para encontrar el valor de la riqueza equivalente. La riqueza equivalente vendrá dada por el porcentaje  $\mu_{ij}$  que cumple:

$$U_i(\mu_{ij}W_0) = U_j(W_0), \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (21)$$

siendo:

$U_1(W)$  : utilidad esperada en el caso 1 (no hay acceso al mercado de rentas vitalicias)

$U_2(W)$  : utilidad esperada en el caso 2 (compra una renta vitalicia no indizada con prima única)



$U_3(W)$  : utilidad esperada en el caso 3 (compra una renta vitalicia indizada con prima única)

$U_4(W)$  : utilidad esperada en el caso 4 (destina su riqueza a un retiro programado)

$\mu_{ij}$  representa el factor a aplicar sobre la riqueza inicial del individuo que ha optado por la modalidad  $i$  para que obtenga la misma utilidad que un individuo en la situación  $j$ .

Kotlikoff y Spivak (1981) obtienen una expresión analítica para medir la riqueza equivalente. Sin embargo, la forma de la función de utilidad elegida, la no consideración del caso en que la aversión al riesgo es igual a uno y la no incorporación de la condición de no negatividad de la riqueza, les ha permitido obtener una fórmula más sencilla.

Si se considera la impaciencia del individuo por consumir y, más concretamente, su relación con el tipo de interés, la inflación y la aversión al riesgo, se obtienen los distintos valores de riqueza equivalente que se derivan de la relación expresada en función de los diferentes parámetros utilizados. Asimismo, y al igual que ocurre para determinar la utilidad esperada, si se incorpora la condición de no negatividad de la variable  $W_t$ , es necesario utilizar programas de optimización multiperíodo que permitan obtener la riqueza equivalente en cada situación.

#### 4.1 Riqueza equivalente y rentas vitalicias

Los resultados obtenidos en el valor de la riqueza equivalente cuando se considera el caso de un individuo que puede contratar una renta vitalicia, se muestran en las Tablas 3 a 6. En todas las tablas se ha tomado como referencia la no contratación de rentas vitalicias.

El resultado marcado en cursiva en la Tabla 3 significa que el individuo sería indiferente a una unidad monetaria destinada a rentas y 1,092 de riqueza en la que no se destine nada a rentas, o lo que es lo mismo, estará dispuesto a renunciar a 1,092 unidades de riqueza corriente para tener 1 unidad monetaria materializada

TABLA 3

RIQUEZA EQUIVALENTE. RENTAS NO INDIZADAS<sup>19</sup>

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		<u>1,092</u>	<u>1,279</u>	<u>1,448</u>	<u>1,546</u>	<b>0,994</b>	<u>1,142</u>	<u>1,266</u>	<u>1,333</u>
B (0,068175)		<u>1,190</u>	<u>1,383</u>	<u>1,500</u>	<u>1,581</u>	<u>1,086</u>	<u>1,207</u>	<u>1,306</u>	<u>1,356</u>
C (0,04545)		<u>1,292</u>	<u>1,436</u>	1,545	1,609	<u>1,176</u>	<u>1,264</u>	1,336	1,373
D (0,022725)		1,390	1,493	1,581	1,631	1,247	1,306	1,358	1,387
E (0,0113625)		1,433	1,519	1,596	1,641	1,273	1,322	1,367	1,392

en una renta vitalicia<sup>20</sup>. Por lo tanto, se observa que en todos los casos le resulta más útil al individuo hombre destinar su riqueza a la contratación de una renta vitalicia constante en términos nominales (decreciente en términos reales). La valoración de la renta es mayor, en términos de bienestar, en la medida que se incrementa la aversión al riesgo y disminuya su impaciencia por el consumo.

En el caso de las mujeres, sólo cuando el grado de aversión al riesgo es muy pequeño y el individuo se muestra muy impaciente por consumir, se observa que se obtiene una mayor utilidad cuando no se contratan rentas (el valor de la riqueza equivalente en este caso es menor que la unidad). Esto se debe a que la mayor valoración de la renta vitalicia no compensa la limitación que supone la contratación de una renta a cambio de una prima igual a la cuantía disponible para consumir. Cuando  $\delta$  es muy grande, el individuo valora mucho menos el consumo futuro que el consumo actual. También llama la atención que la valoración de la renta para el caso de las mujeres sea menor que para los hombres, aunque sobre este aspecto los resultados que aparecen en la literatura son diversos, pero con un predominio de una mayor valoración por parte de los hombres. Así lo muestran los trabajos de Kotlikoff y Spivak (1981) y Walliser (1999); sin embargo, los resultados de Brown (2001) varían según las tablas de mortalidad utilizadas. La explicación es clara, está simplemente relacionada con la mayor esperanza de vida de las mujeres; de hecho es el único valor que cambia respecto al caso de los varones.

TABLA 4

RIQUEZA EQUIVALENTE. RENTAS INDIZADAS

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		1,049	1,233	1,406	1,515	<b>0,943</b>	1,089	1,218	1,297
B (0,068175)		1,159	1,326	1,480	1,577	1,049	1,184	1,283	1,350
C (0,04545)		1,281	1,424	<u>1,555</u>	<u>1,638</u>	1,162	1,259	<u>1,346</u>	1,400
D (0,022725)		<u>1,407</u>	<u>1,520</u>	<u>1,628</u>	<u>1,697</u>	<u>1,267</u>	<u>1,336</u>	<u>1,402</u>	<u>1,445</u>
E (0,0113625)		<u>1,467</u>	<u>1,566</u>	<u>1,662</u>	<u>1,724</u>	<u>1,310</u>	<u>1,368</u>	<u>1,426</u>	<u>1,464</u>

Tratándose de rentas totalmente indizadas a la inflación, también se observa que la utilidad esperada es superior al caso en que no se destina riqueza a rentas vitalicias, siendo la riqueza equivalente mayor o menor que la obtenida en el caso de rentas no indizadas, dependiendo del grado de impaciencia por el consumo y su aversión al riesgo, tal como se comentó en la sección anterior. Mayores valores del parámetro de aversión al riesgo implican una preferencia cada vez mayor por las rentas indizadas.

Las conclusiones obtenidas a partir de los resultados alcanzados para hombres son extrapolables al caso en el que el consumidor sea mujer, aunque hay que

resaltar que, al igual que ocurría con las rentas no indizadas, se observa que se obtiene una mayor utilidad cuando no se contratan rentas si el grado de aversión al riesgo es muy pequeño y el individuo se muestra muy impaciente por consumir.

Para cualquiera de los sexos, cuanto más adverso al riesgo se muestra el consumidor, mayor es la riqueza adicional necesaria que le proporciona el mismo nivel de utilidad que cuando contrata rentas vitalicias: los individuos más adversos al riesgo valoran mucho más el aseguramiento de la longevidad que ofrecen los seguros de rentas vitalicias.

En todos los cálculos realizados se ha considerado una inflación constante, referenciada al tipo de interés real de mercado (se ha supuesto una tasa de inflación esperada igual a la mitad de éste). Los resultados obtenidos serían diferentes si se modifica este parámetro. Por ejemplo –Tablas 5 y 6–, si se considera una inflación dos veces superior al tipo de interés real de mercado, y suponiendo que el resto de parámetros no varía (en concreto, la tasa de impaciencia del individuo se mantiene como la que se corresponde en la fórmula original con una inflación del 1,5%), se observa que disminuye la preferencia por las rentas constantes respecto a las rentas crecientes para casi todos los perfiles. Tan sólo en individuos muy poco adversos al riesgo y con mucha impaciencia se manifiesta un mayor bienestar con las rentas constantes.

Cabe destacar que la utilidad esperada y la riqueza equivalente obtenidas en el caso de rentas indizadas es independiente del nivel de inflación considerado. Tratándose de rentas no indizadas, cuando aumenta mucho la tasa de inflación, el nivel de riqueza equivalente es muy similar al que se obtiene cuando se incrementa la aversión al riesgo. Este acercamiento en los valores de la riqueza equivalente se puede apreciar mucho más si se considera una tasa de inflación desmesuradamente elevada (por ejemplo, para una tasa de inflación igual a 12 veces el tipo de interés, el valor de la riqueza equivalente es igual a 1,06 para cualquier grado de aversión al riesgo).

TABLA 5

## RIQUEZA EQUIVALENTE PARA HOMBRES CON RENTAS NO INDIZADAS

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Tasa inflación = $r/2$				Tasa inflación = $2*r$			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		<u>1,092</u>	<u>1,279</u>	<u>1,448</u>	<u>1,546</u>	<u>1,162</u>	<u>1,287</u>	1,328	1,337
B (0,068175)		<u>1,190</u>	<u>1,383</u>	<u>1,500</u>	<u>1,581</u>	<u>1,218</u>	1,304	1,331	1,337
C (0,04545)		<u>1,292</u>	<u>1,436</u>	1,545	1,609	1,263	1,314	1,333	1,338
D (0,022725)		1,390	1,493	1,581	1,631	1,291	1,321	1,334	1,338
E (0,0113625)		1,433	1,519	1,596	1,641	1,299	1,323	1,335	1,338

TABLA 6

RIQUEZA EQUIVALENTE PARA HOMBRES CON RENTAS INDIZADAS

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Tasa inflación = $r/2$				Tasa inflación = $2*r$			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		1,049	1,233	1,406	1,515	1,049	1,233	<u>1,406</u>	<u>1,515</u>
B (0,068175)		1,159	1,326	1,480	1,577	1,159	<u>1,326</u>	<u>1,480</u>	<u>1,577</u>
C (0,04545)		1,281	1,424	<u>1,555</u>	<u>1,638</u>	<u>1,282</u>	<u>1,424</u>	<u>1,555</u>	<u>1,638</u>
D (0,022725)		<u>1,407</u>	<u>1,520</u>	<u>1,628</u>	<u>1,697</u>	<u>1,407</u>	<u>1,520</u>	<u>1,628</u>	<u>1,697</u>
E (0,0113625)		<u>1,467</u>	<u>1,566</u>	<u>1,662</u>	<u>1,724</u>	<u>1,467</u>	<u>1,566</u>	<u>1,662</u>	<u>1,724</u>

## 4.2 Riqueza equivalente y retiro programado

En relación con el retiro programado, los resultados obtenidos son los siguientes:

TABLA 7

RIQUEZA EQUIVALENTE EN HOMBRES DESTINANDO LA RIQUEZA INICIAL A UN RETIRO PROGRAMADO INDIZADO

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	i = 2%		i = 3%		i = 4%	
		0,7	2,9	0,7	2,9	0,7	2,9
A (0,0909)		0,795	0,900	0,888	1,000	0,985	1,102
C (0,04545)		0,881	0,900	0,981	1,000	1,084	1,102
E (0,0113625)		0,900	0,900	1,000	1,000	1,101	1,102

TABLA 8

RIQUEZA EQUIVALENTE EN MUJERES DESTINANDO LA RIQUEZA INICIAL A UN RETIRO PROGRAMADO INDIZADO

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	i = 2%		i = 3%		i = 4%	
		0,7	2,9	0,7	2,9	0,7	2,9
A (0,0909)		0,757	0,880	0,865	1,000	0,977	1,123
C (0,04545)		0,861	0,880	0,981	1,000	1,104	1,123
E (0,0113625)		0,868	0,880	0,989	1,000	1,123	1,123

Evidentemente, la utilidad esperada cuando se accede a un retiro programado, dependerá del tipo de interés conseguido en la cuenta de capitalización individual: cuanto más elevado sea éste, mayor será la utilidad alcanzada. Como se puede observar, para que la contratación de un retiro programado proporcione al consumidor al menos la misma utilidad que la que se deriva del consumo sin rentas, es necesario que el rendimiento real que se consigue en el período con el retiro programado sea igual al tipo de interés del mercado, y sólo a partir de un cierto grado de aversión al riesgo y para un bajo nivel de impaciencia por el consumo. Los individuos poco adversos al riesgo y muy impacientes por consumir preferirían no destinar su riqueza a una cuenta individual desde la que percibirían un retiro programado. Cuando el rendimiento alcanzado en la cuenta de capitalización supera en un punto al tipo de interés del mercado, la riqueza equivalente ya es superior a la unidad, aunque, incluso en este caso, si la aversión al riesgo es pequeña y la actitud hacia el consumo denota mucha impaciencia, el consumidor sigue prefiriendo no transformar sus ahorros en un retiro programado. En cualquiera de los casos, el bienestar alcanzado es inferior al que se consigue a través de la contratación de una renta vitalicia actuarialmente justa, indizada o no, a cambio de una prima única.

Es de destacar el hecho de que, bajo la modalidad del retiro programado, cuando el rendimiento real obtenido es suficientemente elevado, las mujeres obtienen una mayor utilidad que los hombres en prácticamente la totalidad de los casos contemplados (en todos, excepto para los individuos con una aversión al riesgo y una impaciencia muy pequeñas). Para las mujeres influye más el aumento del rendimiento en la cuenta de capitalización que para los hombres. En el caso de que la rentabilidad real conseguida coincida con la del mercado, la utilidad alcanzada es similar para ambos sexos.

### **4.3 Riqueza equivalente y edad de acceso a la jubilación**

Otra cuestión interesante cuando se habla de pensiones de jubilación es la edad a la cual se empieza a percibir la pensión. Los sistemas de pensiones de jubilación que se financian a través de la capitalización suelen ser, además, de aportación definida, por lo que existe mayor libertad a la hora de elegir la edad de jubilación. Así, por ejemplo, en Chile casi un 50% de las personas se jubilan anticipadamente, ya que la legislación permite jubilarse a partir de los 55 años, tanto a los hombres como a las mujeres que, habiendo cotizado al menos 10 años, tengan un saldo en su cuenta de capitalización individual que permita proporcionarles una pensión mayor o igual al 50% del ingreso medio durante los últimos 10 años actualizado según el IPC, o una pensión superior o igual al 110% de la pensión mínima garantizada por el Estado<sup>21</sup>. También en Perú, bajo estrictas condiciones, hombres y mujeres que estén en el sistema de capitalización se pueden jubilar anticipadamente a los 60 y 55 años, respectivamente. En general, en los países en los que coexiste capitalización y reparto, se contempla la jubilación anticipada en el sistema de capitalización, siendo la condición para poder hacerlo que el saldo acumulado en la cuenta de capitalización permita financiar una renta

vitalicia mayor que la pensión mínima garantizada por el Estado, que alcance un determinado porcentaje de la base reguladora de los últimos años cotizados o alguna condición similar. Asimismo, en todos los países del área se puede diferir la edad de jubilación ordinaria.

En el modelo básico se ha supuesto una edad de jubilación de 65 años, tanto para hombres como para mujeres, si bien las edades ordinarias de jubilación de cada uno de los países oscila entre 55 y 65 para las mujeres y entre 60 y 65 para los hombres.

En las Tablas 9 a 11 se calcula el efecto en la riqueza equivalente cuando se produce un adelanto y un retraso de 5 años sobre la considerada edad normal de acceso a la jubilación.

TABLA 9

RIQUEZA EQUIVALENTE EN FUNCION DE LA EDAD DE JUBILACION.  
RENTAS NO INDIZADAS

$\delta$	$\beta$	Hombres (años)			Mujeres (años)		
		60	65	70	60	65	70
A (0,0909)	0,7	<u>1,039</u>	<u>1,092</u>	<u>1,161</u>	<b>0,955</b>	<b>0,994</b>	<u>1,043</u>
C (0,04545)	1,5	<u>1,349</u>	<u>1,436</u>	<u>1,532</u>	<u>1,210</u>	<u>1,264</u>	<u>1,333</u>
E (0,0113625)	2,9	1,480	1,596	1,746	1,288	1,367	1,466

En el caso de que se anticipe la edad de jubilación a los 60 años, se observa que existe una disminución en la riqueza equivalente respecto a la que resulta para una edad de jubilación de 65 años, lo que significa que el individuo obtiene una menor utilidad cuando accede a las rentas actuariales a una edad más temprana. De igual manera, el retraso en la edad de jubilación incrementa la valoración que el jubilado hace de las rentas vitalicias. Este resultado es consistente con el obtenido por Kotlikoff y Spivak (1981); para ellos las personas de menos edad valoran menos las rentas vitalicias dado que gran parte de la utilidad derivada del consumo es casi cierta debido a que las probabilidades de supervivencia en su futuro más inmediato son bastante elevadas.

En el caso de rentas indizadas, los resultados son similares a los alcanzados con las rentas no indizadas.

La tendencia que sigue la riqueza equivalente en el caso del retiro programado es diferente en función del caso observado. En el primero de los supuestos considerados (consumidor muy impaciente y con poca aversión al riesgo), los resultados son similares a los obtenidos cuando el individuo destina su riqueza a la contratación de una renta vitalicia, es decir, la riqueza equivalente es creciente con la edad de jubilación, y la que corresponde a las mujeres es inferior a las de los hombres. Sin embargo, cuando disminuye la impaciencia y aumenta la aversión

TABLA 10

RIQUEZA EQUIVALENTE EN FUNCION DE LA EDAD DE JUBILACION.  
RENTAS INDIZADAS

$\delta$	$\beta$	Hombres (años)			Mujeres (años)		
		60	65	70	60	65	70
A (0,0909)	0,7	<b>0,989</b>	1,049	1,123	<b>0,896</b>	<b>0,943</b>	1,009
C (0,04545)	1,5	1,344	1,424	1,527	1,204	1,259	1,328
E (0,0113625)	2,9	<u>1,549</u>	<u>1,662</u>	<u>1,805</u>	<u>1,348</u>	<u>1,426</u>	<u>1,524</u>

TABLA 11

RIQUEZA EQUIVALENTE EN FUNCION DE LA EDAD DE JUBILACION.  
RETIRO PROGRAMADO,  $i = 4\%$ 

$\delta$	$\beta$	Hombres (años)			Mujeres (años)		
		60	65	70	60	65	70
A (0,0909)	0,7	<b>0,978</b>	<b>0,985</b>	<b>0,991</b>	<b>0,968</b>	<b>0,977</b>	<b>0,986</b>
C (0,04545)	1,5	1,115	1,102	1,089	1,137	1,123	1,109
E (0,0113625)	2,9	1,115	1,102	1,089	1,137	1,123	1,109

al riesgo que muestra el jubilado, la tendencia se invierte en los dos sentidos: las mujeres consiguen un mayor bienestar con el retiro programado que los hombres, como ya ocurría cuando la edad de jubilación era de 65 años, y la riqueza equivalente disminuye cuando se accede a la jubilación con una edad más tardía. De cualquier manera, los resultados obtenidos están fuertemente influidos por el hecho de que el rendimiento de la cuenta de capitalización sea superior al previsto.

## V. Riqueza Equivalente e Imperfecciones del Mercado

A pesar de que los resultados iniciales indican que, en general, los individuos sin motivaciones para dejar una herencia siempre obtendrían una mayor utilidad con la contratación de una renta vitalicia a través de una compañía de seguros que la que conseguirían sin destinar su riqueza a rentas, lo cierto es, tal y como señala Blake (1999), que los mercados de rentas aseguradas no están suficientemente desarrollados, ni siquiera en muchos de los países más avanzados financieramente. Hasta ahora se ha considerado que el mercado es actuarialmente justo. ¿Qué ocurre si se incluyen las denominadas imperfecciones del mercado? En este

caso, los resultados en la utilidad alcanzada variarán de forma sustancial en función de cómo se determine la cuantía de las rentas vitalicias.

Una de las dificultades que tiene la compañía a la hora de determinar el precio que debe establecer en las rentas aseguradas que comercializa es predecir convenientemente las tasas de mortalidad que se darán en el colectivo objeto de aseguramiento. Es evidente que si la compañía infravalora la evolución de la mortalidad del grupo asegurado, se producirá una insuficiencia en las provisiones acumuladas para hacer frente al pago de las rentas comprometidas y una posible insolvencia de la propia compañía de seguros. Para paliar esto, y teniendo en cuenta que las personas que piensan que vivirán más años son las que demandan más rentas aseguradas, las compañías aseguradoras utilizan tablas de mortalidad y supervivencia específicas para los colectivos de personas que contratan rentas aseguradas, que difieren de las tablas de mortalidad que se emplean para la población general.

Hay suficiente evidencia empírica en la literatura económica que revela que quien voluntariamente decide comprar rentas vitalicias vive más que la media de la población general. James y Vittas (2000) estudian el mercado de rentas vitalicias en Canadá, Gran Bretaña, Suiza, Australia, Israel, Chile y Singapur; una variedad de países de ingresos medios y altos, encontrando evidencia de selección adversa, aunque con valores algo menores que los encontrados por Mitchell y McCarthy (2001) o Finkelstein y Poterba (2000) para los mismos mercados. También hay que destacar que, en el mercado de rentas vitalicias indizadas, Chile presenta la mejor relación de eficiencia de entre los países estudiados, debido a que su mercado financiero posee un rango de instrumentos suficientemente desarrollado para que las compañías, a su vez, puedan protegerse contra dicho riesgo.

### **5.1 Tablas de mortalidad**

En el ámbito específico de América Latina, Palacios y Rofman (2001) indican que las autoridades establecen las tablas de mortalidad que se deben utilizar en los cálculos de las rentas vitalicias que se ofrecen en estos países. En concreto, se aprobaron tablas especiales en Argentina, Chile, Colombia y Perú, que muestran unas tasas de supervivencia bastante superiores a las de la población general (véase Tabla 12). La diferencia persiste incluso cuando se compara con la mortalidad proyectada, variando desde, aproximadamente, el 3% en Argentina hasta casi el 14% en Perú.

Según Rofman (2001), en Argentina las rentas vitalicias se valoran sobre la base de las tablas actuariales estándar GAM71, preparadas por actuarios norteamericanos en el año 1971. Esta Tabla no se ajusta a la experiencia argentina, de acuerdo a las tablas de mortalidad oficiales elaboradas sobre la base de datos de 1990/91. De acuerdo con Grushka (1996), la diferencia alcanza hasta un 7%, debido a la sobreestimación de la supervivencia. El uso de las Tablas GAM71 es requerido por normas de las Superintendencias de Seguros y de las Administradoras de Fondos de Jubilaciones y Pensiones, y su justificación no es excesivamente clara, excepto la continuación de tradiciones de la profesión o desconfianza para



**TABLA 12**  
**CARACTERISTICAS PRINCIPALES DE LAS RENTAS VITALICIAS**  
**EN ALGUNOS PAISES DE AMERICA LATINA**

Característica	Argentina	Chile	Colombia	Perú
Tabla de Mortalidad utilizada	GAM71	RV85 RV98 <sup>22</sup>	ISS90	RV85
Interés técnico para el cálculo de la reserva matemática	Fijo, 4% nominal	Enlazado con el rendimiento de los activos asociados a las reservas	Fijo, al 4% real	Fijo, al 3% real
Interés técnico para los precios	Fijo, 4% nominal	Libre, alrededor del 5,5% real	Libre, alrededor del 4% real	Libre, alrededor del 5,7% real
Indización	No es explícita. Las rentas pueden estar establecidas en dólares y ser variables en cuantía, según el rendimiento de las reservas	Sí, están definidas en Unidades de Fomento	Sí, indizadas con el IPC	Sí, indizadas con el IPC de Lima. Pueden ser expresadas en dólares

*Fuente:* Basado en Palacios y Rofman (2001).

con las estadísticas nacionales. Ninguno de estos argumentos parecen satisfactorios, en particular considerando que el resultado es una pérdida de recursos importante para los beneficiarios.

Un argumento presentado en varias ocasiones es que si bien se está sobreestimando la supervivencia del año 1991, es importante considerar la evolución futura de la mortalidad al preparar contratos de rentas vitalicias. Luego, se debería tener en cuenta que si la mortalidad tiende a descender, las tablas a utilizar deben ser más optimistas respecto de las actuales. Si bien esto es cierto, cabe considerar la historia reciente de la mortalidad en Argentina: entre 1960 y 1990, tal y como muestra Grushka (1996), la esperanza de vida a los 65 años para los varones se incrementó en 0,9 años, a razón de 0,03 por cada año. De continuarse esta tendencia, la esperanza de vida a los 65 años estimada por la Tabla GAM71 para varones se alcanzará hacia el año 2044, lo que parece indicar que el “ajuste de seguridad” está claramente sobredimensionado.

Junto con la mortalidad, el segundo factor relevante en la determinación de las rentas vitalicias es el tipo de interés técnico utilizado. En el sistema argentino, el tipo de interés técnico utilizado es del 4% nominal, tanto para rentas en pesos

como en dólares, sin ningún mecanismo de indización explícito. Estos tipos difieren significativamente de los utilizados en otros países de América Latina (véase la Tabla 12), y más aún de los tipos de interés de la economía argentina, ya que la rentabilidad promedio de los fondos de pensiones ha superado el 10% en los siete años de funcionamiento del mismo y los instrumentos de deuda pública de largo plazo valorado en dólares ofrecen rentabilidades ampliamente superiores al 10%. El nivel de este tipo afecta de forma significativa a la cuantía de las rentas vitalicias.

Por otra parte, se ha observado que en algunos países la longevidad está muy relacionada con los ingresos a lo largo de la vida, y la gente con mayor riqueza tiende a vivir más. Así, el hecho de que los rentistas vivan más en promedio, también podría reflejar un segundo hecho: la correlación ingresos-mortalidad, ya que las rentas vitalicias adquiridas voluntariamente se comercializan en mayor medida entre personas situadas en los cuartiles superiores de riqueza. Esta relación tiene varias implicaciones importantes para el diseño de las modalidades de pensión disponibles. En primer lugar, sugiere que, por lo menos, algunas de las diferencias observadas entre las tasas de mortalidad de la población general y de los pensionistas con una renta vitalicia se pueden explicar por la mayor demanda de rentas vitalicias entre las personas de los segmentos con mayor riqueza. Esto pone en duda los datos de la selección adversa y apoya una explicación más simple. Otra implicación es que las tablas de mortalidad nacional subestiman la longevidad en países con una cobertura parcial del sistema de pensiones, por ejemplo los de América Latina, porque las personas del sector no estructurado tienden a ser mucho más pobres que la media. Por tanto, es probable que su tasa de mortalidad sea mayor que la de los participantes en el sistema de pensiones.

## 5.2 Costos de intermediación

Una segunda posible imperfección de los mercados de rentas es consecuencia de los costos de intermediación<sup>23</sup>. Estos costos hacen que la renta ofrecida por la entidad aseguradora sea inferior a la que se obtendría en ausencia de dichas comisiones. Según Devesa y Vidal (2001) también en los países de América Latina la transformación del ahorro acumulado en una renta vitalicia soporta comisiones elevadas. Así, en Chile es conocido el alto nivel de comisiones cobradas por los corredores de rentas vitalicias, alrededor de un 6% del ahorro acumulado por el afiliado y, en algunos casos, incluso más. La legislación actual incentiva a algunos afiliados a optar por una renta vitalicia para acceder a fondos de libre disposición, los cuales se obtienen a través de una comisión alta del vendedor de una compañía de seguros y que, generalmente, es compartida con el afiliado.

A pesar de existir bastante acuerdo acerca de los vicios del sistema, aún no se ha podido reemplazar el actual procedimiento, discutiéndose en el Congreso desde mediados de 1995 las modificaciones presentadas para perfeccionar el sistema de comercialización de las rentas vitalicias<sup>24</sup>.

Para Palacios y Rofman (2001), dos décadas de experiencia en Chile muestran que el mercado puede ser competitivo y proporcionar rentas vitalicias a un precio razonable. Sin embargo, en su trabajo han encontrado algunos problemas en el

mercado, como son: los conflictos de interés en el proceso de venta, la falta de transparencia y el conocimiento imperfecto del consumidor. Estos problemas se reproducen, aumentados, en los mercados de rentas vitalicias más jóvenes de los otros tres países analizados. Además, señalan que el reducido tamaño de los mercados en Perú y Colombia no producirá, cuando alcance pleno desarrollo, la misma clase de competencia y economías de escala observadas en Chile.

### 5.3 Resultados

A continuación se analizan cuáles son los resultados de la riqueza equivalente (Tablas 13 y 14) si se considera que la cuantía de la renta obtenida de la ecuación (8) disminuye en un 15% (considerado el efecto conjunto de los diferentes recargos en la tasa de mortalidad y costos de intermediación), para un mismo nivel de riqueza destinado a la contratación de una renta vitalicia.

TABLA 13

RIQUEZA EQUIVALENTE. RENTAS NO INDIZADAS AL 85%

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		<b>0,928</b>	<u>1,087</u>	<u>1,231</u>	<u>1,314</u>	<b>0,845</b>	<b>0,970</b>	<u>1,076</u>	<u>1,133</u>
B (0,068175)		<u>1,011</u>	<u>1,152</u>	<u>1,275</u>	<u>1,344</u>	<b>0,923</b>	<u>1,026</u>	<u>1,110</u>	<u>1,152</u>
C (0,04545)		<u>1,098</u>	<u>1,214</u>	1,313	1,368	<b>0,999</b>	<u>1,075</u>	1,135	1,167
D (0,022725)		1,181	1,269	1,344	1,387	1,060	1,110	1,154	1,179
E (0,0113625)		1,218	1,291	1,357	1,395	1,082	1,124	1,162	1,183

TABLA 14

RIQUEZA EQUIVALENTE. RENTAS INDIZADAS AL 85%

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		<b>0,892</b>	1,048	1,195	1,288	<b>0,801</b>	<b>0,925</b>	1,036	1,103
B (0,068175)		<b>0,985</b>	1,127	1,258	1,340	<b>0,892</b>	<b>0,997</b>	1,091	1,147
C (0,04545)		1,089	1,210	<u>1,322</u>	<u>1,392</u>	<b>0,988</b>	1,070	<u>1,144</u>	<u>1,190</u>
D (0,022725)		<u>1,196</u>	<u>1,292</u>	<u>1,384</u>	<u>1,442</u>	<u>1,077</u>	<u>1,135</u>	<u>1,192</u>	<u>1,228</u>
E (0,0113625)		<u>1,247</u>	<u>1,331</u>	<u>1,413</u>	<u>1,466</u>	<u>1,113</u>	<u>1,163</u>	<u>1,212</u>	<u>1,244</u>

A la vista de los resultados, se comprueba que cuando las rentas vitalicias disponibles en el mercado no son "actuarialmente justas", algunos consumidores, en concreto aquéllos con un grado de aversión al riesgo pequeño y mucha impaciencia por consumir, consiguen un mayor bienestar cuando no contratan este tipo de rentas, es decir, cuando optimizan su flujo de consumo a partir de los recursos generados al tipo de interés del mercado con la riqueza acumulada a la fecha de jubilación. No obstante, para los casos de actitud hacia el consumo que se pueden considerar más habituales, C, D y E, todavía se obtiene una ganancia de bienestar notable para los hombres y, algo más reducida, para las mujeres.

Además, se observa que la riqueza equivalente varía en todos los casos exactamente en el mismo porcentaje que determina la diferencia entre lo que el consumidor consideraría una renta "actuarialmente justa" y la que ofrece la compañía de seguros. En este caso, la riqueza equivalente que proporciona la misma utilidad sin contratar rentas que destinando toda la riqueza inicial disponible a una renta vitalicia, es un 15% inferior a la que se necesitaría cuando la renta contratada no tuviera ningún tipo de gastos ni recargos en las tasas de supervivencia. De esta forma, se puede determinar hasta qué porcentaje de disminución en el valor de la renta vitalicia asegurada sobre el valor de la renta actuarialmente equivalente a la prima aportada en los términos anteriormente mencionados, estaría dispuesto a aceptar el consumidor, dado que todavía le resultaría más útil contratar la renta que no hacerlo. Por ejemplo, en el caso de rentas no indizadas, cuando el consumidor es hombre, la máxima reducción aceptable en la renta<sup>25</sup> se recoge en la Tabla 15:

TABLA 15

PORCENTAJE MAXIMO DE REDUCCION DE LA RENTA EN HOMBRES.  
RENTAS NO INDIZADAS

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		8,4%	21,8%	30,9%	35,3%
B (0,068175)		15,9%	27,7%	33,3%	36,7%
C (0,04545)		22,6%	30,4%	35,3%	37,9%
D (0,022725)		28,1%	33,0%	36,8%	38,7%
E (0,0113625)		30,2%	34,2%	37,4%	39,1%

El individuo valora más las rentas vitalicias cuando menos impaciente está por consumir y más aversión al riesgo muestra, con lo que está dispuesto a pagar a una entidad aseguradora hasta un 39,1% más de lo que resultaría actuarialmente justo para poder acceder a una renta vitalicia constante nominalmente.

## VI. Riqueza Equivalente con Rentas Vitalicias Preexistentes

Además de los motivos descritos en la sección anterior que hacen que las entidades aseguradoras apliquen tasas de conversión en renta más caras que las que el individuo considera justas desde el punto de vista actuarial (con lo que disminuye el bienestar que consigue el consumidor con su contratación), existen otros factores que influyen en la decisión de contratar una renta, como es la existencia previa de rentas vitalicias que pueda percibir el jubilado, que ya le proporcionan un determinado nivel de protección frente a la incertidumbre del largo de vida.

Los resultados obtenidos son diferentes si se considera la decisión de contratar rentas vitalicias por parte de un individuo que ya mantiene una parte de su riqueza en una renta vitalicia preexistente. En tal caso, el modelo de optimización al que se enfrenta el consumidor se concreta, suponiendo que no tiene acceso al mercado de rentas actuariales, en:

$$\max_C \sum_{t=e_j}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-e_j}} \quad {}_{t+1-e_j}P_{e_j} \quad (22)$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1} + R_t \quad (23)$$

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \quad (24)$$

donde:

$$W_{e_j} = W_{NR}, \quad (25)$$

y

$$W_0 = W_{NR} + W_{RP}, \quad (26)$$

siendo:

$W_{NR}$  : Nivel de riqueza inicial que no se destina a rentas.

$W_{RP}$  : Nivel de riqueza inicial en rentas vitalicias preexistentes.

$R_t$  es una renta vitalicia pospagable, que se supone derivada de un sistema de previsión público<sup>26</sup> o privado preexistente.

En este caso, se valora la riqueza que proporciona esta renta preexistente según las probabilidades objetivas y el tipo de interés real del mercado. Además, se supone que dicha renta está totalmente indizada a la inflación. Esta última hipótesis es la que mejor responde a la realidad, ya que normalmente los sistemas de previsión públicos revalorizan las pensiones garantizadas de acuerdo con el IPC, a fin de que sus pensionistas no pierdan poder adquisitivo. Por lo tanto:

$$R_{e_j} = \frac{W_{RP}}{\sum_{t=e_j}^{\omega} \frac{(1+\pi)^{t-e_j}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t+1-e_j}}} \quad {}_{t+1-e_j}P_{e_j} \quad (27)$$

$$R_t = R_{ej}(1 + \pi)^{t-ej}, \quad \forall t \tag{28}$$

Dentro del marco de la existencia de una renta preexistente, y en el caso de que el individuo pueda contratar una renta vitalicia actuarial, el modelo se plantea como sigue:

$$\max_C \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1 + \delta)^{t+1-ej}} \tag{29}$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1} + R_t + A_t \tag{30}$$

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \tag{31}$$

donde  $W_{ej}$  es igual a la riqueza inicial no invertida en rentas, es decir:

$$W_{ej} = W_{NR} \tag{32}$$

$$y, \quad W_0 = W_{NR} + W_{RP} + W_{RENTAS} \tag{33}$$

La aplicación de los métodos de optimización no lineal multiperíodo permite llegar a los resultados que se muestran en las Tablas 16 y 17.

Como se puede observar, la riqueza equivalente es inferior a la obtenida cuando no existen unas rentas vitalicias previas; es decir, con existencia de rentas preexistentes la utilidad que produce al consumidor la contratación de rentas vitalicias adicionales es muy inferior a la que resulta si se supone que el individuo no cuenta con protección contra el riesgo de longevidad. Así, por ejemplo, a un

TABLA 16

RIQUEZA EQUIVALENTE CON UNA RIQUEZA EN RENTAS PREEXISTENTES DEL 50%. RENTAS NO INDIZADAS

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		<b>0,959</b>	<u>1,027</u>	<u>1,102</u>	<u>1,155</u>	<b>0,924</b>	<b>0,983</b>	<u>1,044</u>	<u>1,084</u>
B (0,068175)		<u>1,013</u>	<u>1,077</u>	<u>1,144</u>	<u>1,190</u>	<b>0,978</b>	<u>1,030</u>	<u>1,080</u>	<u>1,112</u>
C (0,04545)		<u>1,074</u>	<u>1,129</u>	1,178	1,222	<u>1,038</u>	<u>1,076</u>	<u>1,112</u>	1,135
D (0,022725)		1,138	1,180	1,222	1,249	1,091	1,113	1,137	1,153
E (0,0113625)		1,168	1,202	1,237	1,261	1,110	1,127	1,147	1,160

TABLA 17

RIQUEZA EQUIVALENTE CON UNA RIQUEZA EN RENTAS PREEXISTENTES  
DEL 50%. RENTAS INDIZADAS

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		<b>0,939</b>	1,004	1,078	1,131	<b>0,899</b>	<b>0,956</b>	1,015	1,056
B (0,068175)		<b>0,998</b>	1,061	1,129	1,176	<b>0,960</b>	1,011	1,062	1,097
C (0,04545)		1,067	1,123	<u>1,182</u>	<u>1,223</u>	1,030	1,069	1,109	<u>1,136</u>
D (0,022725)		<u>1,144</u>	<u>1,189</u>	<u>1,235</u>	<u>1,268</u>	<u>1,098</u>	<u>1,124</u>	<u>1,151</u>	<u>1,172</u>
E (0,0113625)		<u>1,183</u>	<u>1,220</u>	<u>1,260</u>	<u>1,289</u>	<u>1,126</u>	<u>1,146</u>	<u>1,169</u>	<u>1,187</u>

individuo varón con un coeficiente de aversión al riesgo igual a 1,5, poco impaciente (D), y con un 50% del total de su riqueza en una renta vitalicia indizada (Tabla 17), la conversión del resto de su riqueza en renta vitalicia indizada le produce una ganancia de bienestar del 18,9%, frente a la ganancia del 52% (Tabla 4) que le producía al mismo individuo la hipótesis de que convirtiese toda su riqueza en rentas vitalicias. De otra manera, un individuo con un coeficiente de aversión al riesgo igual a 1,5 y poco impaciente, está dispuesto a renunciar tan sólo a un 15,9% de su riqueza para obtener una renta totalmente indizada a la inflación, frente al 34,2% al que estaría dispuesto a renunciar si no tuviera ya un 50% de su riqueza en una renta preexistente<sup>27</sup>. Esto es debido a que la presencia de una renta vitalicia indizada preexistente ya proporciona un mínimo consumo que es bastante elevado.

### 6.1 Rentas vitalicias preexistentes e imperfecciones del mercado

Si se considera el hecho de que las rentas vitalicias que se contratan en el mercado no son “actuarialmente justas” –Tablas 18 y 19–, se obtienen valores de riqueza equivalente que, al igual que ocurría con la no existencia de rentas preexistentes, es inferior a la que se deriva cuando las rentas que se contratan no tienen ningún tipo de recargo por gastos o diferencias en las tablas de mortalidad aplicadas.

En concreto, una disminución de la renta en un 15% respecto a la que el individuo considera justa desde el punto de vista actuarial, proporciona valores de riqueza equivalente todavía inferiores, aumentando notablemente el espectro de personas que preferirían, teóricamente, no contratar rentas vitalicias adicionales. No sólo los impacientes o muy impacientes estarían incluidos dentro de esta categoría, sino también individuos con un grado de aversión al riesgo notable y actitud de indiferencia ante el consumo. En muchos casos, las mujeres obtienen ganancias de bienestar inferiores al 5%.

TABLA 18

RIQUEZA EQUIVALENTE CON UNA RIQUEZA EN RENTAS PREEXISTENTES  
DEL 50%. RENTAS NO INDIZADAS, FACTOR DE DISMINUCION 15%

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		<b>0,885</b>	<b>0,940</b>	<u>1,002</u>	<u>1,046</u>	<b>0,855</b>	<b>0,904</b>	<b>0,955</b>	<b>0,988</b>
B (0,068175)		<b>0,930</b>	<b>0,983</b>	<u>1,039</u>	<u>1,077</u>	<b>0,902</b>	<b>0,945</b>	<b>0,987</b>	<u>1,014</u>
C (0,04545)		<b>0,983</b>	<u>1,028</u>	<u>1,075</u>	<u>1,106</u>	<b>0,954</b>	<b>0,985</b>	<u>1,016</u>	<u>1,035</u>
D (0,022725)		1,039	1,073	1,108	1,131	<b>1,000</b>	1,019	1,031	1,052
E (0,0113625)		1,065	1,093	1,122	1,142	1,017	1,031	1,047	1,058

TABLA 19

RIQUEZA EQUIVALENTE CON UNA RIQUEZA EN RENTAS PREEXISTENTES  
DEL 50%. RENTAS INDIZADAS, FACTOR DE DISMINUCION 15%

$\delta \downarrow$	$\beta \rightarrow$	Hombres				Mujeres			
		0,7	1,5	2,9	4,4	0,7	1,5	2,9	4,4
A (0,0909)		<b>0,868</b>	<b>0,921</b>	<b>0,981</b>	1,026	<b>0,834</b>	<b>0,881</b>	<b>0,930</b>	<b>0,965</b>
B (0,068175)		<b>0,918</b>	<b>0,969</b>	1,025	1,065	<b>0,886</b>	<b>0,928</b>	<b>0,971</b>	<b>1,000</b>
C (0,04545)		<b>0,977</b>	1,023	1,072	1,106	<b>0,947</b>	<b>0,979</b>	1,012	1,035
D (0,022725)		<u>1,044</u>	<u>1,080</u>	<u>1,119</u>	<u>1,146</u>	<u>1,006</u>	<u>1,027</u>	<u>1,050</u>	<u>1,067</u>
E (0,0113625)		<u>1,077</u>	<u>1,108</u>	<u>1,141</u>	<u>1,165</u>	<u>1,030</u>	<u>1,047</u>	<u>1,066</u>	<u>1,080</u>

## 6.2 Rentas vitalicias preexistentes y edad de acceso a la jubilación

Por último, para acabar el análisis, en la Tabla 20 se acumula el efecto que produce la alteración de la edad de jubilación sobre la que se ha considerado normal en este trabajo.

La jubilación anticipada agrava el efecto descrito en el sentido de que se produce un incremento de las personas que teóricamente preferirían no contratar la renta adicional y una disminución de la riqueza equivalente. Parece claro pues, que la obligación de destinar la totalidad de la riqueza acumulada a comprar rentas vitalicias en muchos de los supuestos analizados no sería la política óptima para el individuo.



TABLA 20

RIQUEZA EQUIVALENTE CON UNA RIQUEZA EN RENTAS PREEXISTENTES DEL 50%  
EN FUNCION DE LA EDAD DE JUBILACION. RENTAS INDIZADAS, FACTOR DE  
DISMINUCION 15%

$\delta$	$\beta$	Hombres (años)			Mujeres (años)		
		60	65	70	60	65	70
A (0,0909)	0,7	<b>0,849</b>	<b>0,868</b>	<b>0,891</b>	<b>0,818</b>	<b>0,834</b>	<b>0,854</b>
C (0,04545)	1,5	1,002	1,023	1,051	<b>0,964</b>	<b>0,979</b>	<b>0,998</b>
E (0,0113625)	2,9	1,108	1,141	1,182	1,042	1,066	1,094

## VII. Conclusiones

Una vez que se ha establecido el modelo básico, se ha realizado un análisis del bienestar individual a partir de los conceptos de utilidad esperada y de riqueza equivalente. En general, los resultados alcanzados no difieren de los que estableció Yaari (1965) en su trabajo pionero. Al modelo básico se le han incorporado – con la finalidad de acercarlo a la realidad de los países de América Latina– algunas de las denominadas imperfecciones del mercado. Así, la no disponibilidad en el mercado de rentas vitalicias “actuarialmente justas”, conduce a que los consumidores con un grado de aversión al riesgo pequeño y mucha impaciencia por consumir consigan un mayor bienestar cuando no contratan este tipo de rentas.

Además de las denominadas imperfecciones del mercado, existen otros factores que influyen en la decisión de contratar una renta, como es la existencia previa de rentas vitalicias. La introducción de este nuevo aspecto disminuye la riqueza equivalente obtenida respecto al supuesto de no existencia de rentas vitalicias previas, aumentando los casos tanto en hombres como en mujeres en los que preferirían no contratar rentas vitalicias adicionales. Con la consideración añadida del hecho de que las rentas vitalicias que se contratan en el mercado no son “actuarialmente justas”, se obtienen valores de riqueza equivalente todavía inferiores, aumentando notablemente el espectro de personas que preferirían, teóricamente, no contratar rentas vitalicias adicionales. Por último, la jubilación anticipada agrava el efecto descrito en el párrafo anterior: disminución de la riqueza equivalente e incremento de personas que teóricamente preferirían no contratar la renta adicional.

A la vista de los resultados que se acaban de mostrar, la respuesta a la pregunta de si las modalidades de pensión disponibles en los países de América Latina se deberían limitar exclusivamente a las rentas vitalicias, es no. Los resultados que arroja el modelo teórico de consumo en la vejez, a pesar de las limitaciones derivadas de la no consideración de los motivos de herencia y haberse aplicado exclusivamente a solteros, indican claramente que las modalidades de pensión

disponibles no pueden ser restringidas exclusivamente a las rentas vitalicias. Parece más conveniente que la regulación de las modalidades presente cierta flexibilidad que pueda acomodar tanto las circunstancias individuales como los objetivos de política pública. Lo más adecuado parece ser que se destine obligatoriamente una porción de fondo acumulado que proporcione al jubilado una renta vitalicia mínima, relacionada con el salario de activo y/o con la pensión mínima garantizada, y que elimine la exposición del Estado al pago de un subsidio para los jubilados que han realizado un consumo excesivamente rápido de sus recursos. Los fondos que excedan de la cantidad necesaria para financiar unos ingresos suficientes a la jubilación podrían cobrarse en forma de capital o a través de un retiro programado.

En algunos países –como Argentina y Costa Rica–, en los que el jubilado puede contar con una renta vitalicia preexistente, ésta debería ser considerada para el cálculo de la renta vitalicia mínima, ya que como ha quedado claramente demostrado en el modelo, la compra obligatoria de rentas vitalicias destinando toda la riqueza acumulada puede reducir el bienestar del consumidor. Uruguay y Bolivia deberían permitir una mayor flexibilidad en las modalidades de pensión disponible, dado que la “anualización” obligatoria de todos los fondos acumulados, debido a la correlación entre riqueza y mortalidad, favorece una redistribución de recursos no intencionada desde los trabajadores más pobres hacia los de más altos ingresos, que son los que, de cualquier manera, contratarían más rentas vitalicias.

## Notas

- <sup>1</sup> Una valoración técnica provisional del funcionamiento de estos sistemas puede encontrarse en el trabajo de Devesa y Vidal (2001). En él se analizan aspectos tales como: rentabilidad, cuantía de las pensiones proporcionadas, cobertura real, costos administrativos, tamaño y composición de las carteras de los fondos, cuantía de la deuda implícita, costos de transición, y la problemática derivada de la existencia de diversas alternativas disponibles para el cobro de la pensión. También se proporciona un apéndice que intenta recoger la mayoría de las características básicas de los sistemas reformados: esquema de financiación, prestaciones cubiertas, posibilidades de elección, modalidades de transición, funciones desempeñadas por las administradoras de Fondos de Pensiones, rentabilidad mínima, etc.; así como otras series de datos que completan la información. Otro trabajo interesante es el de Lora y Pagés (2000), en el que se busca responder a cuatro preguntas básicas sobre las reformas de pensiones de América Latina: ¿Cuáles son las debilidades de los sistemas tradicionales de pensiones que han motivado el proceso de reformas iniciado por Chile y seguido luego por otros países? ¿En qué han consistido las reformas a los sistemas de pensiones? ¿Han sido resueltos los problemas originales? y ¿Cuáles son los retos pendientes? Por último, otro trabajo relevante pero con una perspectiva distinta a los anteriores es el de Bravo (2000), que analiza el papel que desempeña el envejecimiento demográfico en la evolución de medio y largo plazo de los sistemas de pensiones en América Latina.
- <sup>2</sup> La información sobre el estado de las reformas puede encontrarse en los Boletines de AIOS y FIAP, que pueden obtenerse a través de Internet. Asimismo, también se puede encontrar información de mucha utilidad en la página web de la Asociación Gremial de Fondos de Pensiones de Chile, disponible en <http://www.afp-ag.cl>.
- <sup>3</sup> Una interesante discusión técnica sobre modalidades de pensión puede encontrarse en el trabajo de Valdés-Prieto (1998). Asimismo, aspectos aplicados y de política pública de gran relevancia se discuten en el trabajo de James y Vittas (1999).

- 4 Según la información proporcionada en la página web de la Asociación Gremial de Administradoras de Chile ([www.afp-ag.cl](http://www.afp-ag.cl)).
- 5 Es la cuantía de la cuenta individual que supera el saldo necesario para hacer frente a la pensión mínima establecida en cada país. Adicionalmente pueden exigirse otros requisitos. Los detalles concretos pueden consultarse en el trabajo de Vidal, Lejarraga y Devesa (2002).
- 6 La determinación del bienestar de las rentas vitalicias en un contexto de parejas requiere un número de suposiciones adicionales en la estructura de la función de utilidad y en la estructura de las pensiones de los beneficiarios.
- 7 Ni la presencia de hijos ni del motivo de herencia tienen un efecto significativo en la decisión de comprar rentas vitalicias. Estos resultados coinciden con los de Hurd (1987) que dice que los motivos de herencia no tienen un efecto significativo en la conducta marginal financiera de los contribuyentes de edades elevadas. Sin embargo, esto está en contradicción con las aportaciones de Bernheim (1991) y Laitner y Juster (1996), que afirman que los motivos de herencia influyen en la decisión de comprar rentas vitalicias.
- 8 Brown (2001) introduce el motivo de herencia en el modelo; los resultados alcanzados indican que en muy pocos casos la compra de rentas vitalicias de manera obligatoria produce una disminución del bienestar, si bien es cierto que las ganancias de bienestar son inferiores a las conseguidas en el modelo de ciclo de vida sin herencia.
- 9 Véase en el Apéndice la sección 1.
- 10 Véase las Figuras 1 y 2.
- 11 Véase en el Apéndice la sección 2.
- 12 En la realidad, la fórmula aplicada está estrictamente regulada en cada país. El tipo de interés que se utiliza para el cálculo de la cantidad anual disponible suele ser una media móvil. Así, por ejemplo, en Chile, según Palacios y Rofman (2001), la tasa de descuento se obtiene:

$$i_{it} = 0,80 \text{ tirv}_{t-1} + 0,20 \sum_{j=1}^{10} \frac{r_{i,t-j}}{10}$$

donde,  $i_{it}$  es la tasa de descuento de la Administradora de Fondos de Pensiones (AFP)  $i$  en el año  $t$   
 $\text{tirv}_t$  es la media del tipo de interés técnico aplicado a las rentas vitalicias en el año  $t$ .

- $r_{i,t-j}$  es la media de rentabilidad de los fondos de pensiones de la AFP  $i$  en el año  $t-j$ .
- 13 En el trabajo de Vidal, Lejarraga y Devesa (2002), puede encontrarse una discusión acerca de los valores utilizados en la literatura económica.
- 14 La función objetivo aparece recogida en la ecuación (1); el sistema dinámico es el formado por las ecuaciones en diferencias que aparecen en la llamada restricción presupuestaria, es decir, las ecuaciones (4), (10), (17), (23) o (30), según sea el caso; las condiciones de contorno son:  $W_{ej} = 1$  en el caso sin rentas cuando no existen rentas vitalicias previas,  $W_{ej} = 0,5$  en este mismo caso pero cuando el individuo mantenga la mitad de su riqueza en una renta preexistente y  $W_{ej} = 0$  cuando el individuo puede acceder a una renta vitalicia o a un retiro programado;  $W_t$  son las variables de estado y  $C_t$  son las variables de control; las restricciones de estado son las expresadas en cualquiera de las ecuaciones (5), (11), (18), (24) y (31).
- 15 Las características completas de la herramienta utilizada pueden encontrarse en [www.LINDO.com](http://www.LINDO.com).
- 16 Es un algoritmo suficientemente conocido que se puede consultar en detalle en los trabajos de Ventura, Meneu y Pérez-Salamero (2000) o Bazaraa, Sherali y Shetty (1993).
- 17 Todas las Tablas que aparecen en el trabajo, salvo que expresamente se especifique en la fuente, son de elaboración propia.
- 18 La valoración será una aproximación por exceso, ya que, como señalan Valdés y Edwards (1998), se considera que no existen otros seguros familiares implícitos ni otras inversiones, tales como una vivienda que ofrece otra fuente de renta característicamente no correlacionada.
- 19 En todas las tablas aparecen subrayados los valores de la riqueza equivalente de las rentas no indizadas (indizadas) que son mayores a los de las rentas indizadas (no indizadas). En negrita se resaltan los valores inferiores a la unidad, lo que significa que es preferible la riqueza sin rentas.
- 20 Tal y como ya se ha comentado con anterioridad, se ha supuesto que el nivel de renta al que el individuo puede acceder al contratar la renta vitalicia es superior al mínimo garantizado que establecen determinados sistemas de pensiones. La no consideración de esta hipótesis obligaría a plantear como dato de partida diferentes riquezas acumuladas en el momento de la jubilación, lo

- que supondría una alteración importante del planteamiento matemático, que además impediría realizar el análisis del incremento del bienestar a través del concepto de riqueza equivalente.
- 21 Existe un proyecto de Ley que aumenta este promedio al 70% de las rentas de los últimos diez años y un límite inferior del 150% de la pensión mínima.
  - 22 Según James y Song (2001), se aplica esta nueva tabla basada en la experiencia de la mortalidad de los rentistas del sistema de Administradoras de Fondos de Pensiones durante el período 1983-1986.
  - 23 Que también en la fase de acumulación representan una cuantía importante; véase el trabajo de Devesa, Rodríguez y Vidal (2001).
  - 24 Una de las últimas propuestas debatidas en el Parlamento de Chile es la creación de un sistema electrónico de consultas y ofertas de pensión, que se haría obligatorio para todo afiliado que reuniera las condiciones para optar a una renta vitalicia.
  - 25 R1: riqueza equivalente con renta actuarialmente justa; R2: riqueza equivalente con renta igual al  $x\%$  de la renta actuarialmente justa (ej. 85%). Se cumple:  $(R1-R2)/R1 = (1-x)$ , por tanto:  $R1-R2 = (1-x)*R1$ , luego  $R2 = x*R1$ . Si se quiere que  $R2 = 1$  (sea indiferente contratar una renta equivalente al  $x\%$  de la renta actuarialmente justa o no contratar rentas),  $x = 1/R1$ . La reducción máxima que estaría dispuesto a aceptar es  $1 - x = 1 - (1/R1)$ .
  - 26 El caso argentino o incluso el caso de Costa Rica podrían ser similares al planteado, en los que la primera renta vitalicia corresponde al primer pilar del sistema y la segunda podría ser la opción de contratar una renta vitalicia en un Plan de Pensiones Privado.
  - 27 Tabla 17: Beta = 1,5 y poco impaciente: 1,189, luego:  $1 - (1/1,189) = 15,9\%$ . Tabla 4: beta = 1,5 y poco impaciente: 1,520, luego:  $1 - (1/1,520) = 34,2\%$ .

## Referencias

- ABEL, A. B. y M. J. WARSHAWSKY (1990). "Especificación de the Joy of Giving: Insights from Altruism". *Review of Economics and Statistics*. 70 (1), pp. 145-49.
- BAZARAA, M. S.; H. D. SHERALI y C. M. SHETTY (1993). *Nonlinear Programming, Theory and Algorithms*. John Wiley, New York.
- BERNHEIM, D. (1991). "How strong are Bequest Motives on Estimates of the Demand for Life Insurance". *Journal of Political Economy* 93 (6), pp. 1045-76.
- BLAKE, D. (1999). "Annuity Markets: Problems and Solutions". *The Geneva Papers on Risk and Insurance* (24) 3, pp. 358-375.
- BRAVO, J. (2000). "Envejecimiento de la Población y Sistemas de Pensiones en América Latina". *Revista de la CEPAL* 72, pp. 121-146.
- BROWN, J. R. (1999). "Private Pensions, Mortality Risk, and the Decision to Annuitize". *NBER Working Papers Series* WP-7191.
- BROWN, J. R. (2001). "Redistribution and Insurance: Mandatory Annuitization with Mortality Heterogeneity". *Center for Retirement Research at Boston College* WP 2001-02.
- BROWN, J. R.; O. S. MITCHELL y J. M. POTERBA (1999). "The Role of Real Annuities and Indexed Bonds in an Individual Accounts Retirement Program". *NBER Working Papers Series* WP-7005.
- BROWN, J. R y J.M. POTERBA (2000). "Joint Life Annuities and Annuity Demand by Married Couples". *The Journal of Risk and Insurance* 67 (4), pp. 527-554.
- DEVESA, J. E.; R. RODRIGUEZ y C. VIDAL (2001). "Assessing Administration Charges for the Affiliate in Individual Accounts Systems". *Center for Pensions and Social Insurance*. Research Report 27/2001. Birkbeck College and City University of London.
- DEVESA, J.E. y C. VIDAL (2001). "Current Status and Provisional Assessment of Reformed Pensions Systems in Latin America". *World Bank Pension Reform Primer*.
- FINKELSTEIN, A. y J. POTERBA (2000). "Adverse Selection in Insurance Markets: Policyholder Evidence from The U.K. Annuity Market". *NBER Working Papers Series* WP-8045.
- FRIENDMAN, B. y M. J. WARSHAWSKY (1988). "Annuity Prices and Saving Behavior in the United States". En: Z. Bodie, J. Shoven y D. Wise (eds.), *Pensions in the U.S. Economy*. Chicago: University of Chicago Press, pp. 53-77.

- FRIENDMAN, B. y M. J. WARSHAWSKY (1990). "The Cost of Annuities: Implications for Savings Behavior and Bequests". *Quarterly Journal of Economics*. 104 (2), pp. 135-154.
- GRMF-95 (1996). "Probabilidades de Mortalidad de las Tablas GRMF-95, GKMF-95 y EVK-90". *Actuarios* 13, pp. 29-33.
- GRUSHKA, C. (1996). "Tablas Actuariales para Argentina, 1990-1992", Serie Estudios Especiales, N° 10, *Superintendencia de Administradoras de Fondos de Jubilaciones y Pensiones*, Buenos Aires.
- HURD, M. (1987). "Savings of the Elderly and Desired Bequest". *American Economic Review* 77 (3), pp. 298-312.
- JAMES, E. y X. SONG (2001). "Annuities Markets around the World: Money's Worth and Risk Intermediation". *Center for Research on Pensions and Welfare Policies* WP-16/01
- JAMES, E. y D. VITTAS (1999). "The Decumulation (Payout) Phase of Defined Contribution (DC) Pillars: Policy Issues in the Provision of Annuities and Other Benefits". World Bank. *Development Research Group*.
- JAMES, E. y D. VITTAS (2000). "Annuities Markets in Comparative Perspective: Do Consumers Get Their Money's Worth?". World Bank, *Policy Research* WP-2493.
- KOTLIKOFF, L.J. y A. SPIVAK (1981). "The Family as an Incomplete Annuities Market". *Journal of Political Economy* 89 (2), pp. 372-391.
- LAITNER, J. y F.T. JUSTER (1996). "New Evidence on Altruism: A Study of TIAA-CREF Retirees". *American Economic Review* 86 (4), pp. 893-908.
- LORA, E. y C. PAGÉS (1998). "Hacia un Envejecimiento Responsable: Las Reformas de los Sistemas de Pensiones en América Latina". *Cuadernos Económicos del ICE* (65), pp. 283-322.
- MITCHELL, O. S. y D. McCARTHY (2001). "Estimating International Adverse Selection in Annuities". *Pension Research Council* WP-2001-12.
- MITCHELL, O. S. (2001). "Developments in Decumulation: The Role of Annuity Products in Financing Retirement". *Pension Research Council* WP-2001-9.
- MITCHELL, O. S.; J. M. POTERBA; M. WARSHAWSKY y J.R. BROWN (1999). "New Evidence on the Money's Worth of Individual Annuities". *American Economic Review* 89 (5), pp. 1299-1318.
- PALACIOS, R. y R. ROFMAN (2001). "Annuity Markets and Benefit Design in Multipillar Pension Schemes: Experience and Lessons from Four Latin American Countries". World Bank, *Working Paper Series* WP 23159.
- ROFMAN, R. (2001). "Las Rentas Vitalicias en los Sistemas de Pensiones. El Caso de la Argentina". *Asociación Internacional de la Seguridad Social*, Seminario de Actuarios y Estadísticos, Montevideo, 21-22 de noviembre de 2001.
- VALDES, S. y G. EDWARDS (1998). "Jubilación en los Sistemas de Pensiones Privados". *El Trimestre Económico* LXV (1), 257, pp. 3-47.
- VALDES-PRIETO, S. (1998). "Risks in Pensions and Annuities". World Bank. *Human Development Network Social Protection Group*.
- VENTURA, M.; R. MENEU y J. PEREZ-SALAMERO (2000). *Modelización y Resolución de Problemas de Optimización en Economía*. Repto-Exprés, S.L., Valencia.
- VIDAL, C.; A. LEJARRAGA y J. E. DEVESA (2002). "Regulating Withdrawals from Individual Pension Accounts in the Countries of Latin America and Decisions for the Consumer in Retirement". 5th Italian-Spanish Conference on Financial Mathematics. Disponible en <http://www.adeit.uv.es/mfa2002>
- WALLISER, J. (1999). "Regulation of Withdrawals in Individual Account Systems". *IMF Working Paper* WP 153.
- YAARI, M. E. (1965). "Uncertain Lifetime, Life Insurance and the Theory of the Consumer". *The Review of Economic Studies* 32 (90), pp. 137-150.

## APENDICE

### EL MODELO BASICO DE OPTIMIZACION DEL CONSUMO

Se considera que los trabajadores alcanzan la jubilación con las siguientes condiciones:

- $ej$  : edad de jubilación.
- $W_0$  : nivel de riqueza inicial.
- $W_t$  : nivel de riqueza en la edad  $t$ .
- $P_t$  : probabilidad de que un individuo de edad  $t$  sobreviva hasta la edad  $t+1$ .
- ${}_{t-ej}P_{ej}$  : probabilidad de que un individuo de edad  $ej$  sobreviva hasta la edad  $t$ .
- $\omega$  : máximo largo de vida, que varía en función de las tablas de mortalidad utilizadas.
- $C_t$  : nivel de consumo a la edad  $t$ .
- $U(C_t)$  : función de utilidad del consumo correspondiente a la edad  $t$ .
- $r$  : tipo de interés del mercado, que se supone constante a lo largo de la vida del jubilado.
- $\delta$  : tasa pura de preferencia del tiempo, o factor de descuento para la futura utilidad.
- $\pi$  : tasa de inflación esperada.

#### 1. El individuo no tiene acceso al mercado de rentas vitalicias

Para decidir el consumo de cada año, el trabajador se enfrenta con el siguiente problema de optimización:

$$\max_C \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-ej}} {}_{t+1-ej}P_{ej} \quad (34)$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1} \quad (35)$$

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \quad (36)$$

donde  $W_{ej} = W_0$

Se supone que los individuos manifiestan una aversión relativa al riesgo constante, y que su función de utilidad del consumo es la mostrada en la expresión (2). De esta forma, el problema de optimización se reduce a:

$$\max_C \frac{1}{1-\beta} \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{\left[ \frac{C_t}{(1+\pi)^{t+1-ej}} \right]^{1-\beta} - 1}{(1+\delta)^{t+1-ej}} {}_{t+1-ej}P_{ej}, \quad \text{si } \beta \neq 1$$

$$\max_C \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{Ln \left[ \frac{C_t}{(1+\pi)^{t+1-ej}} \right]}{(1+\delta)^{t+1-ej}} {}_{t+1-ej}P_{ej}, \quad \text{si } \beta = 1$$
(37)

Se puede resolver el modelo utilizando la condición necesaria de Euler. Para ello se definen las siguientes funciones, en las que el consumo se pone en función de la riqueza en cada momento, de acuerdo con la restricción dada por la ecuación (35):

$$g(W_t, W_{t+1}, t) = \begin{cases} \frac{1}{1-\beta} \frac{\left[ \frac{W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1}}{(1+\pi)^{t+1-ej}} \right]^{1-\beta} - 1}{(1+\delta)^{t+1-ej}} {}_{t+1-ej}P_{ej}, & \text{si } \beta \neq 1 \\ \frac{Ln \left[ \frac{W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1}}{(1+\pi)^{t+1-ej}} \right]}{(1+\delta)^{t+1-ej}} {}_{t+1-ej}P_{ej}, & \text{si } \beta = 1 \end{cases}$$
(38)

$$g(W_{t-1}, W_t, t-1) = \begin{cases} \frac{1}{1-\beta} \frac{\left[ \frac{W_{t-1}(1+r)(1+\pi) - W_t}{(1+\pi)^{t-ej}} \right]^{1-\beta} - 1}{(1+\delta)^{t-ej}} {}_{t-ej}P_{ej}, & \text{si } \beta \neq 1 \\ \frac{Ln \left[ \frac{W_{t-1}(1+r)(1+\pi) - W_t}{(1+\pi)^{t-ej}} \right]}{(1+\delta)^{t-ej}} {}_{t-ej}P_{ej}, & \text{si } \beta = 1 \end{cases}$$
(39)

La condición necesaria de Euler indica que:

$$\frac{\partial g(W_t, W_{t+1}, t)}{\partial W_t} + \frac{\partial g(W_{t-1}, W_t, t-1)}{\partial W_t} = 0$$
(40)

Desarrollando esta expresión se llega a que:

$$C_t^\beta = C_{t-1}^\beta (1+\pi)^\beta \frac{(1+r)P_t}{1+\delta} \quad (41)$$

Con esta ecuación es posible expresar el consumo en un momento cualquiera del tiempo  $t$  en función del consumo correspondiente a la edad de  $ej$  años, sin más que despejar  $C_t$  y sustituir los valores de  $C_{t-1}$ ,  $C_{t-2}$ ,...  $C_{ej}$ :

$$C_t = C_{t-1}(1+\pi) \left[ \frac{(1+r)P_t}{1+\delta} \right]^{1/\beta} \quad (42)$$

$$C_t = C_{ej}(1+\pi)^{t-ej} \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^{t-ej/\beta} \left[ {}_{t-ej}P_{ej+1} \right]^{1/\beta} \quad (43)$$

Por otra parte, teniendo en cuenta la restricción de la ecuación (35):

$$\begin{aligned} W_{ej} &= \frac{C_{ej} + W_{ej+1}}{(1+r)(1+\pi)} = \frac{C_{ej} + \frac{C_{ej+1} + W_{ej+2}}{(1+r)(1+\pi)}}{(1+r)(1+\pi)} = \frac{C_{ej}}{(1+r)(1+\pi)} + \frac{C_{ej+1} + \frac{C_{ej+2} + W_{ej+3}}{(1+r)(1+\pi)}}{[(1+r)(1+\pi)]^2} = \\ &= \dots = \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{C_t}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} + \frac{W_\omega}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-ej}} \end{aligned} \quad (44)$$

y sustituyendo (43) en la igualdad anterior, se obtiene:

$$C_{ej} = \frac{W_{ej} - W_\omega [(1+r)(1+\pi)]^{-(\omega-ej)}}{\sum_{t=ej}^{\omega-1} \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^{t-ej/\beta} \left[ {}_{t-ej}P_{ej+1} \right]^{1/\beta} \frac{[1+r]^{-(t-(ej-1))}}{(1+\pi)}} \quad (45)$$

Aunque no se ha realizado ninguna consideración sobre el signo de la riqueza en cada momento  $t$ , lo que supondría que el individuo puede pedir prestado al tipo de interés de mercado, hecho que no se produce en la realidad, se puede demostrar que la solución analítica de flujos de consumo obtenida cumple que  $W_t \geq 0$ ,  $\forall t$ , ya que:



De acuerdo con (35),  $C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1}$

$$\text{Por otra parte: } W_{ej} = \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{C_t}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} + \frac{W_\omega}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-ej}} \geq 0$$

al ser ambos términos positivos, luego:

$$W_{ej}(1+r)(1+\pi) = C_{ej} + \sum_{t=ej+1}^{\omega-1} \frac{C_t}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-ej}} + \frac{W_\omega}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-ej-1}} \geq C_{ej}$$

y, por lo tanto:

$$W_{ej}(1+r)(1+\pi) - C_{ej} = W_{ej+1} \geq 0$$

siguiendo el mismo razonamiento:

$$\begin{aligned} W_{ej+2} &= W_{ej+1}(1+r)(1+\pi) - C_{ej+1} = (W_{ej}(1+r)(1+\pi) - C_{ej})(1+r)(1+\pi) - C_{ej+1} = \\ &= W_{ej}[(1+r)(1+\pi)]^2 - C_{ej}[(1+r)(1+\pi)] - C_{ej+1} = \\ &= \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{C_t[(1+r)(1+\pi)]^2}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} + \frac{W_\omega[(1+r)(1+\pi)]^2}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-ej}} - C_{ej}[(1+r)(1+\pi)] - C_{ej+1} = \\ &= C_{ej}[(1+r)(1+\pi)] + C_{ej+1} + \sum_{t=ej+1}^{\omega-1} \frac{C_t[(1+r)(1+\pi)]^2}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} + \frac{W_\omega[(1+r)(1+\pi)]^2}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-ej}} \\ &\quad - C_{ej}[(1+r)(1+\pi)] + C_{ej+1} \geq 0 \end{aligned}$$

y así sucesivamente, se llega a que:

$$W_t \geq 0, \quad \forall t$$

## 2. El individuo puede contratar una renta vitalicia a cambio de una prima única

El individuo contrata una renta anual vitalicia, pospagable y creciente con la compañía de seguros, a cambio de una prima única que, suponiendo que se aplican unos gastos de gestión igual a  $\theta$ , vendría dada por:

$$PRIMA = \sum_{t=ej}^{\omega} \frac{A_{ej}(1 + \alpha)^{t-ej}}{[(1 + r)(1 + \pi)]^{t+1-ej}} \quad {}_{t+1-ej}P_{ej}^* \tag{46}$$

en función del importe de renta anual inicial  $A_{ej}$  contratada, del crecimiento de renta deseado  $\alpha$  y de las leyes de mortalidad aplicadas por la compañía ( $P^*$ ). En el caso en que  $\alpha = 0$ , la renta es constante en términos nominales para todo  $t$ .

O, desde otro punto de vista, dado el nivel de riqueza que el individuo desea destinar a la contratación de la renta, el importe anual de la misma, vendrá dado por:

$$A_{ej} = \frac{W_{RENTAS}}{\sum_{t=ej}^{\omega} \frac{(1 + \alpha)^{t-ej} \theta} {[(1 + r)(1 + \pi)]^{t+1-ej}} \quad {}_{t+1-ej}P_{ej}^*}, \quad \forall t \tag{47}$$

donde  $W_{RENTAS}$  es la riqueza inicial destinada a contratar una renta vitalicia.

Bajo este supuesto, si se adopta la restricción aplicada por Kotlikoff y Spivak (1981), el problema de maximización se concreta en:

$$\max_C \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1 + \delta)^{t+1-ej}} \quad {}_{t+1-ej}P_{ej} \tag{48}$$

$$\text{s.a. } W_0 = \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{C_t \cdot {}_{t+1-ej}P_{ej}}{[(1 + r)(1 + \pi)]^{t+1-ej}} + \frac{W_{\omega}}{[(1 + r)(1 + \pi)]^{\omega-ej}} \tag{49}$$

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \tag{50}$$

es decir, el *valor actual esperado* del consumo no puede exceder su riqueza inicial (a diferencia de la restricción considerada en el supuesto de que el individuo no tenga acceso al mercado de rentas actuariales, en cuyo caso el *valor actual* del consumo no debe exceder el valor de su riqueza inicial); o, lo que es lo mismo, Mitchell (2001), el acceso a rentas actuariales reduce el precio relativo del consumo futuro. Además, a diferencia de los mencionados autores, se incluye de forma explícita la posibilidad de que el consumidor desee dejar una riqueza final distinta de cero  $W_{\omega}$ , además se tiene que:

$$W_{ej} = W_0 - W_{RENTAS} \tag{51}$$

donde  $W_{ej}$  es igual a la riqueza inicial, deducido el importe destinado a rentas.

La ecuación (49) es equivalente a:

$$W_{t+1} = W_t(1+r)(1+\pi) + \left[ A_{ej}(1+\alpha)^{t-ej} - C_t \right]_{t+1-ej} P_{ej} \quad (52)$$

ya que, si se desarrolla la expresión (52) se tiene:

$$\begin{aligned} W_{ej} &= \frac{(C_{ej} - A_{ej})_1 P_{ej} + W_{ej+1}}{(1+r)(1+\pi)} = \frac{(C_{ej} - A_{ej})_1 P_{ej} + \frac{(C_{ej+1} - A_{ej}(1+\alpha)^1)_2 P_{ej} + W_{ej+2}}{(1+r)(1+\pi)}}{(1+r)(1+\pi)} = \\ &= \frac{(C_{ej} - A_{ej})_1 P_{ej}}{(1+r)(1+\pi)} + \frac{(C_{ej+1} - A_{ej}(1+\alpha)^1)_2 P_{ej} + \frac{(C_{ej+2} - A_{ej}(1+\alpha)^2)_3 P_{ej} + W_{ej+3}}{(1+r)(1+\pi)}}{[(1+r)(1+\pi)]^2} = \\ &= \dots = \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{(C_t - A_{ej}(1+\alpha)^{t-1})_{t+1-ej} P_{ej}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} + \frac{W_\omega}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-ej}} = W_{ej} \end{aligned} \quad (53)$$

que también se puede expresar:

$$\underbrace{W_{RENTAS}}_{\tilde{W}_0} = \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{A_{ej}(1+\alpha)^{t-1} P_{ej}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} + \frac{C_{t,t+1-ej} P_{ej}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} + \frac{W_\omega}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-ej}} \quad (54)$$

El segundo sumando del primer término de la ecuación anterior es igual a la riqueza destinada a rentas  $W_{RENTAS}$ , por lo que, de acuerdo con (51), se llega al resultado deseado, es decir, la expresión (49).

Para resolver el modelo se definen de manera análoga a como se hizo en el epígrafe anterior las funciones  $g(W_t, W_{t+1}, t)$  y  $g(W_{t-1}, W_t, t-1)$  y se aplica la condición necesaria de Euler, con lo que se obtiene:

$$C_t^\beta = C_{t-1}^\beta (1+\pi)^\beta \frac{(1+r)}{1+\delta} \quad (55)$$

$$C_t = C_{ej} (1+\pi)^{t-ej} \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^\beta \quad (56)$$

Por otra parte, teniendo en cuenta el valor de  $W_{ej}$ , obtenido en la expresión (53) y sustituyendo el consumo en cada edad  $t$  en función del consumo inicial a la edad de jubilación, de acuerdo con la ecuación (56):

$$W_{ej} = \sum_{t=ej}^{\omega-1} C_{ej} \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-ej}{\beta}} \cdot {}_{t+1-ej}P_{ej} \frac{[1+r]^{-(t-(ej-1))}}{(1+\pi)} - \sum_{t=ej}^{\omega-1} A_{ej} (1+\alpha)^{t-ej} \cdot {}_{t+1-ej}P_{ej} [(1+r)(1+\pi)]^{-(t-(ej-1))} + \frac{W_{\omega}}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-ej}} \tag{57}$$

y, despejando el consumo inicial:

$$C_{ej} = \frac{W_{ej} + \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{A_{ej} \cdot (1+\alpha)^{t-ej} \cdot {}_{t+1-ej}P_{ej}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} - W_{\omega} [(1+r)(1+\pi)]^{-(\omega-ej)}}{\sum_{t=ej}^{\omega-1} \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-ej}{\beta}} \cdot {}_{t+1-ej}P_{ej} \frac{[1+r]^{-(t-(ej-1))}}{(1+\pi)}} \tag{58}$$

Hasta ahora no se ha realizado ninguna consideración sobre la no negatividad de la riqueza. Si se obtienen los flujos de consumo óptimo con las ecuaciones (56) y (58), se observa que la riqueza se hace negativa en el caso en que

$\delta > \left\{ (1+r) \left[ \frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^{\beta} - 1 \right\}$ . En este caso, si se quiere incluir la restricción  $W_t \geq 0, \forall t$ , el

consumo que proporciona la máxima utilidad esperada destinando toda la renta a la contratación de una renta vitalicia es el que coincide en todo momento con el importe de dicha renta vitalicia, es decir, el consumo óptimo es  $C_t = A_{ej} (1+\alpha)^{t-ej}, \forall t$ .

Por lo tanto, añadiendo al modelo la siguiente restricción,

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \tag{59}$$

se puede expresar el flujo de consumo óptimo como sigue:

$$C_{ej} = \begin{cases} \frac{W_{ej} + \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{A_{ej} \cdot (1+\alpha)^{t-ej} \cdot {}_{t+1-ej}P_{ej}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} - \frac{W_{\omega}}{[(1+r)(1+\pi)]^{(\omega-ej)}}}{\sum_{t=ej}^{\omega-1} \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-ej}{\beta}} \cdot {}_{t+1-ej}P_{ej} \cdot [1+r]^{-(t-(ej-1))}}, & \text{si } \delta \leq (1+r) \left[ \frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^{\beta} - 1 \\ A_{ej}, & \text{si } \delta > (1+r) \left[ \frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^{\beta} - 1 \end{cases} \tag{60}$$

$$C_t = \begin{cases} C_{ej}(1+\pi)^{t-ej} \left[ \frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-ej}{\beta}}, & \text{si } \delta \leq (1+r) \left[ \frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^\beta - 1 \\ A_{ej}(1+\alpha)^{t-ej}, & \text{si } \delta > (1+r) \left[ \frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^\beta - 1 \end{cases} \quad (61)$$

Este planteamiento facilita la obtención del flujo de consumo óptimo a través de una expresión analítica, sin tener que recurrir a técnicas de optimización multiperíodo, y también permite obtener una expresión analítica de la medida de la riqueza equivalente. Sin embargo, si se calcula la utilidad esperada que se deriva de este modelo, se obtiene un resultado sorprendente: en los casos en los que se ha trabajado, siempre se consigue una mayor utilidad esperada destinando la riqueza disponible a rentas no indizadas respecto a la inflación, es decir, decrecientes en términos reales, que la obtenida con rentas totalmente indizadas a la inflación, o, lo que es lo mismo, constantes en términos reales. Esto contradice la teoría de que el jubilado, a través de la función de utilidad elegida, debería preferir un flujo de consumo estable a lo largo del tiempo.

