

- Comes First? (Chile, 1977-1982)." *Journal of International Money and Finance*, 7, pp. 447-66.
- (1986b). "Domestic Prices of Importable Goods in Chile and the Law of One Price: 1975-1982," *Journal of Development Economics*, 21, pp. 131-47.
- MUSSA, MICHAEL (1984). "The Theory of Exchange Rate Determination," in J. Bilson and R. Marston (eds.), *Exchange Rate Theory and Practice*. Chicago: University of Chicago Press.
- (1986). "Nominal Exchange Rate Regimes and the Behavior of the Real Exchange Rate: Evidence and Implications", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 25.
- PERRSSON, TORSTEN and LARS SVENSSON (1985). "Current Account Dynamics and the Terms of Trade: Harberger-Laursen Metzler Two Generations Later", *Journal of Political Economy*, 93, pp. 43-65.
- RIVEROS, LUIS and MARTIN PAIDAM (1987). "The Causal Role of Minimum Wages in Six Latin American Labor Markets, Unpublished Manuscript.
- ROZANOV, Y. (1967). *Stochastic Random Processes*. San Francisco, Holden-Day.
- STOCKMAN, ALAN C. (1988). "Real Exchange Rate Variability Under Pegged and Floating Nominal Exchange-Rate Systems: An Equilibrium Theory", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 29, pp. 259-94, North-Holland.
- SVENSSON, LARS and ASSAF RAZIN. (1983). "The Terms of Trade and the Current Account: The Harberger-Laursen-Metzler Effect", *Journal of Political Economy*, 91, pp. 97-125.
- VALDES, ALBERTO; E. MUCHNIK and H. HURTADO (1990). *Trade Exchange Rate, and Agricultural Pricing Policies in Chile*, World Bank Comparative Studies.

MODELOS Y REALIDAD: ENSEÑANDO MACROECONOMIA EN LOS NOVENTA*

JORGE A. QUIROZ

IADES-Georgetown University

FRANCISCO A. BERNASCONI

IADES-Georgetown University

ROMULO A. CHUMACERO

IADES-Georgetown University

CESAR L. REVOREDO

IADES-Georgetown University

Abstract:

This paper provides a basic methodological guide for formulating, solving, and calibrating simple nonlinear stochastic dynamic macro models. The paper illustrates the usefulness of the various techniques by means of different numerical exercises applied to the economies of Bolivia, Chile, and Peru.

1. Introducción

A partir del impacto generado por la crítica econométrica de Lucas a mediados de la década del setenta (Lucas, 1976), han surgido diversas estrategias de investigación empírica intentando proveer una respuesta a ésta. En este artículo, y con fines principalmente didácticos, se ilustra cómo una de dichas estrategias, la modelación en base a "parámetros profundos", puede ayudar a establecer un nexo más riguroso entre modelos teóricos y aplicaciones empíricas.

Las características más importantes de este enfoque, originado principalmente en los trabajos de Hansen y Sargent (1980), y Kydland y Prescott (1982), son tres. En primer lugar, a partir de un modelo teórico determinado, éste "se resuelve" para elecciones particulares de parámetros (profundos) que caracterizan preferencias, oportunidades de producción y leyes de movimiento de variables exógenas de la economía. Esto es, si en

* Este artículo es el resultado de diversos ejercicios numéricos llevados a cabo por alumnos de Macroeconomía Avanzada del Programa de Postgrado en Economía de IADES/Georgetown University.

el modelo se consideran agentes económicos que enfrentan un problema particular de maximización, esta maximización se lleva efectivamente a cabo para elecciones particulares de los parámetros que describen el problema. En segundo lugar, y como en modelos medianamente realistas los problemas que enfrentan los agentes carecen de soluciones analíticas, se desarrollan algoritmos numéricos que puedan entregar soluciones específicas para configuraciones particulares de parámetros. Finalmente, la tercera característica es que, al contrastar estos modelos con los datos, se toma explícitamente en cuenta el hecho de que las herramientas usadas para describir una muestra particular suponen que la muestra es aleatoria, y en esta estrategia de modelación las predicciones del modelo teórico son también intrínsecamente aleatorias.

Las implicaciones más importantes de esta estrategia de investigación son dos. Por un lado, se describen las series de tiempo a través de parámetros profundos que presumiblemente serían invariantes a un cambio en las reglas de política (o en las leyes de movimiento de las variables exógenas). Esto permitiría, en principio, modelar escenarios contrafactuales que serían robustos a la crítica econométrica de Lucas. Por otro lado, en esta estrategia existe un nexo uno-a-uno entre los modelos y los datos que se pretenden explicar: los datos se analizan a través de diversos estadísticos y las implicaciones del modelo se pueden analizar con las mismas herramientas. Esto permite discriminar rigurosamente el poder predictivo de distintos modelos, cosa que no se puede hacer con modelos empíricos de series de tiempo, por ejemplo (Sargent, 1981), ni, ciertamente, con formas reducidas ad hoc que reclamen ser "implicancias" de ciertos modelos teóricos particulares.

Los avances logrados por la literatura basada en la modelación con parámetros profundos, no se circunscriben solamente a la investigación de frontera en macroeconomía. Cada vez más esta estrategia de investigación está abriendo un espacio en la docencia de macroeconomía. Básicamente, la idea consiste en no limitarse a analizar una variedad de modelos teóricos con referencias sólo generales y ad hoc a los datos que se pretende explicar. Muy por el contrario, estas técnicas pueden ser incorporadas a la docencia de macroeconomía, tratando de resolver, con métodos numéricos apropiados a cada caso, los diversos modelos teóricos que se enseñen, dejando que los datos le digan al alumno la posible relevancia (o no) de los modelos teóricos a los cuales está siendo expuesto.

En este artículo se ilustra el uso de estas técnicas a través de la resolución, calibración y simulación de modelos simples de crecimiento estocástico, los cuales se contrastan con datos de las economías de Bolivia, Chile y Perú. El trabajo aquí presentado es en sí un resultado de ejercicios llevados a cabo por alumnos del curso de Macroeconomía Avanzada del Programa de Economía de ILADES-Georgetown University.

Este artículo no pretende argumentar en favor de la plausibilidad empírica de los modelos aquí presentados, sino en favor de la utilidad de la estrategia de modelación en base a parámetros profundos con fines de docencia. En principio, ejercicios similares podrían llevarse a cabo con modelos teóricos de muy diversa índole.

El resto del artículo se organiza como sigue. En la sección siguiente se presentan los modelos teóricos aquí empleados. En la sección 3 se describen los algoritmos numéricos empleados en la solución de éstos, y en la sección 4 se describe la estrategia de calibración y simulación para los datos de los tres países aquí considerados. En la sección 5 se describen brevemente los resultados, y la sección 6 concluye.

2. Modelos

2.1. Un modelo simple de crecimiento estocástico

En los modelos a ser usados en el presente artículo se ignoran distorsiones, imperfecciones de mercado y heterogeneidad de agentes productivos. Debido a la ausencia de distorsiones e imperfecciones, en virtud del Segundo Teorema Fundamental del Bienestar el equilibrio competitivo puede describirse a través de las asignaciones Pareto óptimas. Adicionalmente, y debido a que se ignora heterogeneidad, la solución centralizada reproduce el equilibrio de la economía. En breve, se modela la economía a través de un agente representativo, el cual desea maximizar la esperanza de la utilidad descontada, la cual se asume del tipo CRRA, esto es:

$$(1) \quad E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

donde E_0 es la esperanza condicional del funcional dada la información disponible en $t = 0$, C_t es el consumo del individuo representativo en el período t , γ es el coeficiente de aversión relativa al riesgo (Arrow-Pratt) y β es la tasa subjetiva de descuento.

En este modelo la maximización de (1) se hace sujeta a:

$$(2.1) \quad K_t^\alpha e^{\omega t} = C_t + I_t$$

$$(2.2) \quad K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t$$

$$(2.3) \quad \omega_{t+1} = \rho \omega_t + \epsilon_{t+1} \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

La ecuación (2.1) muestra la restricción presupuestaria de la economía, la que indica que el producto se distribuye entre consumo e inversión (I_t). La función de producción es del tipo Cobb-Douglas, con tasa de participación del capital α , y un shock multiplicativo (ω_t). La ecuación (2.2) muestra la ley de movimiento de capital (K_t), el cual en un período dado es igual al stock no depreciado del período anterior más la inversión. El parámetro δ corresponde a la tasa de depreciación. La ecuación (2.3) describe la ley de movimiento del shock productivo, que se asume sigue un proceso AR(1), por lo tanto, ρ es el coeficiente de autocorrelación y ϵ es ruido blanco.

Observaciones

(i) Un modelo tan simple como el descrito por (1)-(2) no posee solución analítica, a no ser que $\gamma \rightarrow 1$ de tal modo que: $U(C_t) \rightarrow \ln C_t$, o $\alpha = 1$. Esto ilustra la frecuencia con que pueden necesitarse métodos numéricos si se formulan modelos teóricos medianamente complejos.

(ii) Bajo el supuesto de normalidad de ϵ y con el valor absoluto de ρ menor que 1, la solución a este problema existe y tiene la forma de una regla de decisión óptima $I_t = \phi(\omega_t, K_t)$, donde la inversión depende sólo de los estados del problema (ω_t y K_t), y la función ϕ es invariante en el tiempo.

(iii) Para efectos de calibración o eventual estimación de un modelo como éste, se deben distinguir las variables observables por el econometrista y el agente, de las variables que observa sólo el agente (Hansen y Sargent, *op. cit.*). En este caso particular se toma a w_t como variable no observable por el econometrista.

(iv) Un modelo similar al propuesto aquí (con $\delta = 0$) ha sido resuelto numéricamente por un grupo de autores, y el resumen de los resultados obtenidos con distintos métodos se encuentra en Taylor y Uhlig (1990). En este trabajo se utiliza el método lineal cuadrático descrito en McGrattan (1990).

(v) Se pudo haber incluido costos de ajuste asociados al proceso de inversión, con un costo de invertir creciente, en virtud del supuesto de economía cerrada. Si la economía fuera abierta, algo similar podría lograrse suponiendo que la inversión requiere un componente no transable. Alternativamente a la introducción de costos de ajuste ad hoc, se podría considerar la introducción de una restricción de "tiempo para construir", lo que se hace en el modelo siguiente.

2.2 Un modelo con restricción de "tiempo para construir"

Siguiendo a Kydland y Prescott (*op. cit.*), el modelo anterior puede ser sofisticado de modo de incluir una restricción de "tiempo para construir". La idea central detrás de esto es que los proyectos de inversión requieren cierto tiempo para su maduración.

Bajo este contexto, la ley de movimiento del capital debe ser reemplazada por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$(2.2)' \quad K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + S_{1,t}$$

$$S_{j,t+1} = S_{j+1,t} \quad j = 1, 2, 3.$$

$$I_t = \sum_{j=1}^4 \psi_j S_{j,t} \quad \text{con} \quad \sum_{j=1}^4 \psi_j = 1$$

donde $S_{j,t}$ es el número de proyectos en el período t , a los cuales les faltan j períodos para estar en condiciones de producir.

Este modelo (Modelo 2) tampoco tiene solución analítica.

3. Algoritmo de solución

3.1 El modelo en representación de espacio de estados y controles

El primer paso para implementar el algoritmo de solución lineal-cuadrático es escribir el modelo en forma recursiva (Sargent, 1987), esto es, de la forma:

$$(3) \quad \max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t r(X_t, u_t)$$

sueto a:

$$(4) \quad X_{t+1} = G(X_t, u_t, \epsilon_{t+1})$$

donde $r(\cdot)$ es la función de retorno, $G(\cdot)$ es la función de transición, X es el vector de variables de estado, v es el vector de variables de control, y es el vector de shocks aleatorios (iid). En casos simples, alguno de dichos vectores puede contener sólo un elemento.

Para el Modelo 1, una elección conveniente es:

$$X_{1t} = K_t$$

$$X_{2t} = \omega_t$$

$$X_{3t} = 1$$

$$v_t = I_t$$

Nótese que se incluyó una variable de estado adicional (X_3), que es una constante igual a 1; esto es requerido por el algoritmo descrito en la sección siguiente.

Usando las definiciones anteriores, el problema puede expresarse en la forma siguiente:

$$(5) \quad \max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{[X_{1t}^\alpha e^{\alpha_2 X_{2t}} - v_t]^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

sueto a:

$$(6) \quad X_{1,t+1} = (1 - \delta)X_{1,t} + v_t$$

$$X_{2,t+1} = \rho X_{2t} + \epsilon_{t+1}$$

$$X_{3,t+1} = X_{3,t}$$

Asimismo, el Modelo 2 puede ser expresado en forma análoga.

3.2 Aproximación lineal-cuadrática

Siguiendo a McGrattan (*op. cit.*), el paso siguiente es mapear el problema (5)-(6) en un problema dinámico con función objetivo cuadrática y leyes de movimiento lineales; es decir, un problema de la forma:

$$(7) \quad \max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (X_t' Q X_t + v_t' R v_t + 2X_t' W v_t)$$

sueto a:

$$(8) \quad X_{t+1} = A X_t + B v_t + C \epsilon_{t+1}$$

Nótese que, en el problema que se está resolviendo, las restricciones ya son lineales, por lo que la aproximación tiene lugar solamente al nivel de la función objetivo. La inclusión de la constante (X_3) es importante, pues en la aproximación de Taylor de la función objetivo, existirán términos no dependientes de las variables de estado y control. La metodología para resolver esta versión del problema se describe brevemente en McGrattan

(*Op. cit.*). Dado el propósito didáctico de este artículo se desarrolla aquí ésta con mayor detalle.

— *Solución de estado estacionario*

El primer lugar, se resuelve el estado estacionario del modelo. Esto requiere considerar una maximización no estocástica (i.e. $\epsilon_t = 0$), y suponer que $X_t, t+1 = X_t, t$ para $i = 1, 2, 3$ y que $v_{t+1} = v_t$ para todo t . Las condiciones de primer orden del problema resultan en el siguiente sistema no lineal:

$$(9.1) \quad \frac{\partial r}{\partial v}(X, v) + \lambda \frac{\partial G}{\partial v}(X, v, 0) = 0$$

$$(9.2) \quad \beta \frac{\partial r}{\partial X}(X, v) - \lambda + \beta \lambda \frac{\partial G}{\partial X}(X, v, 0) = 0$$

$$(9.3) \quad X - G(X, v, 0) = 0$$

Para el caso del Modelo 1, el sistema anterior se reduce a:

$$(10.1) \quad (X_1^\alpha e^{x_2} - v)^{-\gamma} + \lambda_1 = 0$$

$$(10.2.1) \quad \beta (X_1^\alpha e^{x_2} - v)^{-\gamma} \alpha X_1^{\alpha-1} e^{x_2} - \lambda_1 + (1-\delta)\beta\lambda_1 = 0$$

$$(10.2.2) \quad \beta (X_1^\alpha e^{x_2} - v)^{-\gamma} X_1^\alpha e^{x_2} - \lambda_2 + \beta\rho\lambda_2 = 0$$

$$(10.3.1) \quad X_1 - (1-\delta)X_1 - v = 0$$

$$(10.3.2) \quad X_2 - \rho X_2 = 0$$

El lector puede comprobar que este sistema de ecuaciones tiene por solución:¹

$$(11) \quad X_1 = \left[\frac{1 - \beta(1-\delta)}{\alpha\beta} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

$$X_2 = 0$$

$$v = \delta X_1$$

Aunque en este caso particular el estado estacionario tiene solución analítica, en casos más complicados ello no es necesariamente así, lo que puede obligar a resolverlo por

medio de algún método numérico estándar para ecuaciones no lineales (por ejemplo, alguna variante de Newton-Raphson).

— *Expansion de Taylor en torno al estado estacionario*

La ecuación (7) es una aproximación de Taylor de segundo orden a la ecuación (5) del problema original, en torno al estado estacionario, el cual, en este caso, está dado por (11). Conviene examinar con algún detalle la obtención de dicha aproximación.

En general, se tiene:

$$(12) \quad r(X_t, \cdot) \approx (X_t - \bar{X})' \hat{Q} (X_t - \bar{X}) + \dots$$

donde:

$$(X_t - \bar{X})' = (X_{1t} - \bar{X}_1, X_{2t} - \bar{X}_2, \dots, 1) - (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, 0)$$

Se define la siguiente matriz:

$$\hat{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_0 & q_{NS} \\ q_{NS}' & C_0 \end{bmatrix}$$

donde:

$$q_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 r}{\partial X_t \partial X_t} \end{bmatrix}, \quad q_{NS} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial X_t} \end{bmatrix}, \quad C_0 = 2r$$

todo evaluado en el estado estacionario.

Dada la partición arriba definida, se puede verificar que:

$$(13) \quad r(X_t, \cdot) \approx \frac{1}{2} [X_t' q_0 X_t + \bar{X}' q_0 \bar{X} - 2\bar{X}' q_0 X_t + 2q_{NS}' X_t - 2q_{NS}' \bar{X} + C_0]$$

— *Construcción de matrices*

El detalle de la construcción de las matrices Q, W y R presentadas en (7) es como sigue. Sea:

$$X = (X_1, \dots, X_{ns-1})', \quad \text{el estado estacionario.}$$

y considérense las matrices siguientes:

$$\hat{w} = \begin{bmatrix} W_0 \\ W_M \end{bmatrix}, \text{ donde } W_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 r}{\partial X \partial u_j} \end{bmatrix}, \text{ y } W_M = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial u_j} \end{bmatrix}$$

$$R = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 r}{\partial u_j \partial u_j} \end{bmatrix}$$

todas las cuales se evalúan en el estado estacionario.

Las matrices de (7) corresponden entonces a:

$$Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_0 & q_{ns} \\ q'_{ns} & q_{nns} \end{bmatrix}$$

donde:

$$q_{ns} = q_{ns} - q_0 X$$

$$q_{nns} = X' q_0 X - 2q'_{ns} X + C_0$$

y

$$W = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} W_0 \\ W_{ma} \end{bmatrix}, \text{ donde } W_{ma} = W_m - X' W$$

- *Ecuación de Riccati*

Seguindo a McGrattan (*Op. cit.*), se definen:

$$A_r = \sqrt{\beta} (A - BR^{-1}W)$$

$$B_r = \sqrt{\beta} B$$

$$Q_r = Q - WR^{-1}W'$$

La regla de decisión óptima vendrá dada por:

$$(14) \quad v_t = -FX_t$$

donde:

$$(15) \quad F = (R + B_r' P B_r)^{-1} B_r' P A_r + R^{-1} W'$$

y la matriz P resuelve en el estado estacionario la ecuación matricial de Riccati:

$$(16) \quad P_t = Q_r + A_r' P_{t-1} A_r - A_r' P_{t-1} B_r (R + B_r' P_{t-1} B_r)^{-1} B_r' P_{t-1} A_r$$

McGrattan (*op. cit.*) presenta tres métodos para resolver la ecuación matricial de Riccati: el método de iteración directa, el "doubling algorithm", y el algoritmo de Vaughan. En este trabajo se escogió el primero de ellos. Concretamente, lo que se hace en dicho método es iterar directamente en (15), a partir de una matriz P_0 definida negativa², hasta alcanzar la convergencia en P y P^3 .

Reemplazando (14) en (8), se llega finalmente a la ecuación de movimiento de las variables de estado:

$$(17) \quad X_{t+1} = (A - BF)X_t + C\epsilon_{t+1}$$

Con dicha ecuación se procede a la simulación del modelo⁴.

En el apéndice B se presenta el programa elaborado en Gauss v2.0 para resolver el Modelo 1.

4. Calibración y simulaciones

El modelo resuelto para una configuración dada de parámetros $\Theta = (\alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho, \sigma)$ puede ser simulado por medio de un generador de números aleatorios para ϵ . La realización de numerosas simulaciones permite construir ciertos estadísticos, tales como las correlaciones entre (Y_t, IY_t) , entre (Y_t, Y_{t-1}) , etc. Estos estadísticos pueden luego ser comparados con los de los datos, de tal modo, de escoger un valor particular de Θ tal que minimize la "distancia" entre los estadísticos derivados del modelo y los que se observan en los datos.

Observaciones

(i) Parámetros libres. Es importante distinguir entre parámetros "libres" y "no libres". Un parámetro es libre cuando el analista no posee una idea precisa a priori de qué valor puede tomar, de tal modo que existe un relativo grado de libertad para probar con distintos valores del parámetro para efectos de calibración. En los modelos descritos aquí, ejemplos de lo anterior pueden ser ρ o σ . Los parámetros no libres o "menos" libres en este caso serían α , β y δ . El parámetro β es igual al recíproco de 1 más la tasa de interés y , en consecuencia, tenemos una cierta idea a priori de qué valores puede tomar. Similarmente α se identifica como la participación del capital en el producto y también tenemos una idea de su valor aproximado. Finalmente, dados α y β , si se quiere imponer un valor de largo plazo para la tasa de inversión sobre producto, el valor de δ queda únicamente determinado. En breve, los requerimientos de consistencia de la solución de estado estacionario del modelo, tomando en cuenta ciertas características estructurales de largo plazo de las economías particulares que se estén estudiando, imponen una elección a priori de α , β y δ , al tiempo que dejan γ , ρ y σ como parámetros libres para efectos de calibración del modelo.

(ii) Interpretación estadística. En cuanto a la interpretación estadística es importante destacar que los estadísticos de interés que se examinan en los datos son desde un

punto de vista clásico (en el sentido estadístico) aleatorios, ya que son observados en una muestra de tamaño finito. En consecuencia, la calibración del modelo a los datos debe tener presente esta aleatoriedad. Un procedimiento usual, que también se adopta aquí, es el de hacer un "bootstrap", con el modelo teórico. Esto es, para una elección dada de Θ se simulan N_2 muestras de tamaño N_1 . Para cada una de dichas muestras se calculan los estadísticos de relevancia (correlaciones, desviaciones estándar, etc.) y se usan las N_2 repeticiones para obtener medias y desviaciones de dichos estadísticos. El resultado de esto es una colección de implicancias empíricas del modelo (condicionada a una elección particular de Θ), las cuales se resumen a través de medias y desviaciones estándar. Cuando se comparan estos resultados con los datos se deben tener en cuenta estas desviaciones, ya que una discrepancia del modelo con los datos podría deberse a la aleatoriedad de la muestra. El procedimiento usual, por consiguiente, es fijar N_1 al tamaño de la muestra real que está siendo estudiada.⁵

(iii) Noción de distancia. Los parámetros libres del modelo se pueden hacer variar a través de los distintos "bootstraps" descritos anteriormente con el propósito de minimizar alguna medida de "distancia" entre los estadísticos derivados del modelo y los encontrados en la vida real (el proceso generador de los datos, PGD). La definición particular de distancia es siempre arbitraria, aun cuando ciertas definiciones particulares pueden resultar más atractivas si se desea, posteriormente, hacer uso de la teoría asintótica de estimadores extremos, con el propósito de obtener estimadores de propiedades conocidas para los elementos libres de Θ . Para las calibraciones presentadas en la siguiente sección, el valor específico de los parámetros pertenecientes a Θ se escogió de modo tal que:

$$(18) \quad \theta = \underset{\Theta \in \Theta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_i |S_i - S_i(\Theta)| \right\} \quad \forall \Theta \in \Theta$$

donde S_i denota el estadístico i reportado en los datos y $S_i(\Theta)$ es el estadístico correspondiente calculado con un valor particular de los parámetros de Θ . Esta definición de distancia es particularmente simple y a pesar de acercarnos a los valores de los estadísticos de S puede ser bastante imprecisa (en términos de desviaciones), si es que no se desarrolla un filtro previo para la elección del subconjunto de Θ a ser comparado. Para ello se decidió escoger la colección de parámetros de Θ que cumplan con:

$$|S_i - S_i(\Theta)| < \sigma_i$$

donde en este caso σ corresponde a la desviación estándar del estadístico i .

(iv) Estadísticos relevantes. Son muchos los estadísticos a través de los cuales un investigador puede querer describir los datos. Una elección común, que también se adopta aquí, es seleccionar estadísticos derivados de algunos segundos momentos de la muestra, que en este caso podrían ser la desviación estándar del ingreso (σ_y), la desviación estándar de la tasa de inversión (σ_R), la correlación entre (Y , R), etc. Alternativamente se podrían escoger otros, tales como coeficientes de un sistema VAR que describa los datos o se podría intentar minimizar la distancia I_2 de las secuencias de impulso-respuesta derivadas de un VAR⁷.

5. Modelos y realidad

Los modelos 1 y 2 descritos en la sección 2 fueron resueltos de acuerdo a lo explicado en la sección 3 y calibrados y simulados siguiendo los lineamientos de la sección 4. La calibración fue hecha para tres países latinoamericanos: Bolivia, Chile y Perú. Para Bolivia y Perú se disponía de datos trimestrales para el período 1980:1-1990:4. En el caso de Chile, sólo fue posible obtener una muestra larga de datos anuales desde 1960 a 1990.

Los resultados obtenidos se presentan en los cuadros y gráficos siguientes. Los cuadros 1 a 3 resumen los principales resultados obtenidos con los diversos modelos para estos tres países. En cada caso las regularidades empíricas de los datos se resumen por nueve estadísticos básicos, cuales son: desviación estándar del producto (σ_y), desviación estándar de la razón Inversión/Producto (σ_R), correlación entre el producto y la razón, las tres primeras autocorrelaciones del producto y las tres primeras autocorrelaciones de la razón. Los gráficos 1 a 3 presentan histogramas de las distribuciones de frecuencias de la desviación estándar del ingreso dadas distintas combinaciones de parámetros para los tres países⁸.

CUADRO 1
BOLIVIA: COMPARACION DE LOS DATOS Y LOS RESULTADOS
DE LOS MODELOS

	Datos	Modelo 1	Modelo 2
σ de Y	0,074	0,019 (0,006)	0,067 (0,026)
σ de R	0,015	0,012 (0,003)	0,043 (0,013)
corr (Y , R)	0,675	0,660 (0,179)	0,713 (0,208)
corr (Y , $Y(-1)$)	0,775	0,823 (0,098)	0,847 (0,108)
corr (Y , $Y(-2)$)	0,748	0,674 (0,169)	0,728 (0,180)
corr (Y , $Y(-3)$)	0,683	0,548 (0,217)	0,644 (0,219)
corr (R , $R(-1)$)	0,725	0,747 (0,112)	0,804 (0,108)
corr (R , $R(-2)$)	0,634	0,551 (0,174)	0,633 (0,177)
corr (R , $R(-3)$)	0,593	0,391 (0,209)	0,487 (0,221)
γ		0,350	0,500
ρ		0,900	0,950
σ		0,010	0,030

Nota: Los valores entre paréntesis corresponden a las desviaciones estándar de los estadísticos. R corresponde a la razón entre inversión y producto.

CUADRO 2

CHILE: COMPARACION DE LOS DATOS Y LOS RESULTADOS
DEL MODELO

	Datos	Modelo 1
σ de Y	0,112	0,108 (0,061)
σ de R	0,023	0,023 (0,015)
corr (Y, R)	0,378	0,504 (0,337)
corr (Y, Y (-1))	0,750	0,908 (0,082)
corr (Y, Y (-2))	0,282	0,781 (0,186)
corr (Y, Y (-3))	-0,150	0,668 (0,263)
corr (R, R (-1))	0,621	0,746 (0,122)
corr (R, R (-2))	0,113	0,465 (0,234)
corr (R, R (-3))	-0,021	0,281 (0,296)
γ		0,800
ρ		0,999
σ		0,020

Nota: Ver Cuadro 1.

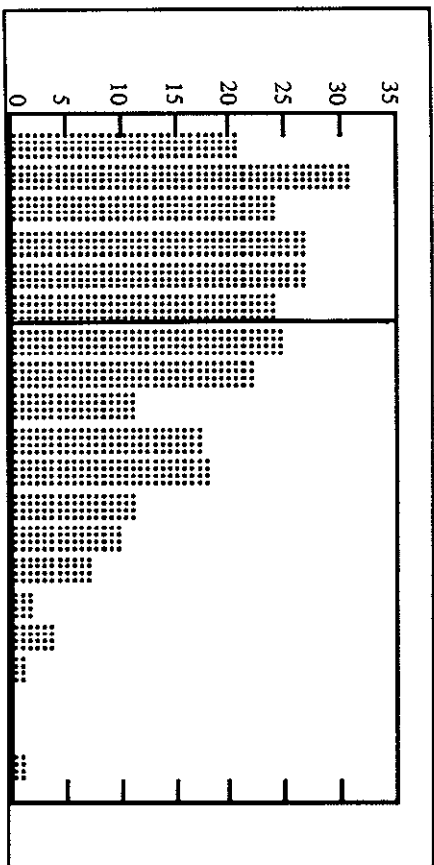
CUADRO 3

PERU: COMPARACION DE LOS DATOS Y LOS RESULTADOS
DE LOS MODELOS

	Datos	Modelo 1	Modelo 2
σ de Y	0,128	0,122 (0,030)	0,179 (0,066)
σ de R	0,061	0,044 (0,010)	0,042 (0,016)
corr (Y, R)	0,351	0,480 (0,141)	0,426 (0,183)
corr (Y, Y (-1))	0,815	0,845 (0,083)	0,847 (0,098)
corr (Y, Y (-2))	0,555	0,703 (0,147)	0,730 (0,160)
corr (Y, Y (-3))	0,316	0,578 (0,187)	0,641 (0,195)
corr (R, R (-1))	0,653	0,597 (0,123)	0,680 (0,110)
corr (R, R (-2))	0,661	0,330 (0,176)	0,429 (0,170)
corr (R, R (-3))	0,613	0,160 (0,175)	0,248 (0,190)
γ		0,350	0,500
ρ		0,850	0,900
σ		0,060	0,080

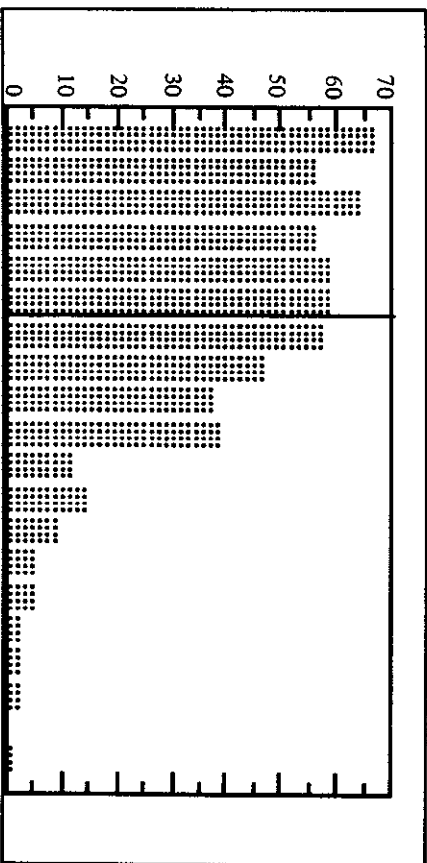
Nota: Ver Cuadro 1.

GRAFICO 1
BOLIVIA: DESVIACION ESTANDAR DEL INGRESO



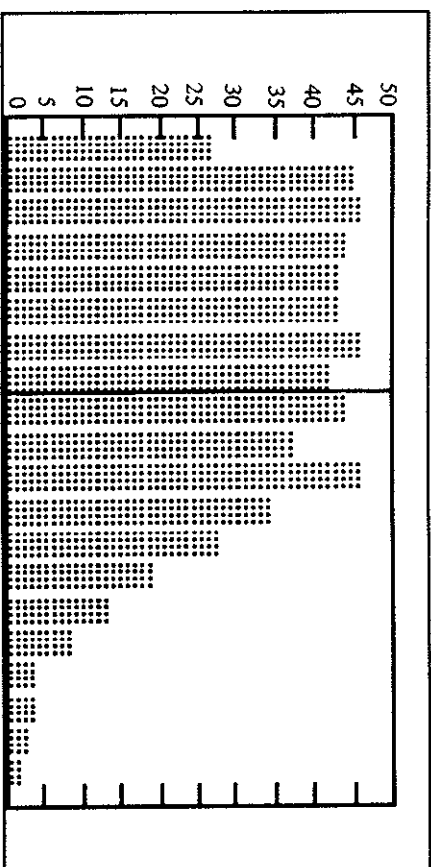
Nota: En el eje de las abscisas se presenta la desviación estándar. En el eje de las ordenadas se presenta el número de casos. La línea vertical presenta la desviación correspondiente a los datos.

GRAFICO 2
CHILE: DESVIACION ESTANDAR DEL INGRESO



Nota: Véase gráfico 1.

GRAFICO 3
PERU: DESVIACION ESTANDAR DEL INGRESO



Nota: Véase gráfico 1.

6. Breve comentario de los resultados

De los resultados obtenidos, se puede concluir lo siguiente:

(i) No resulta difícil reproducir la correlación entre el producto y la tasa de inversión para los tres países, así como las primeras autocorrelaciones de ingreso y tasa de inversión para Bolivia y Perú. Los resultados obtenidos para la economía boliviana son particularmente interesantes, pues modelos tan simples como los presentados son capaces de recrear la gran mayoría de los hechos estilizados.

(ii) La volatilidad de la tasa de inversión y del producto son reproducibles para los casos de Chile y Perú, en tanto que en el caso boliviano los modelos no permiten reproducir conjuntamente su variabilidad. Esto se debe probablemente a la baja volatilidad de los shocks.

(iii) Los resultados presentados son relativamente insensibles a variaciones en el valor de γ , dados los valores de ρ y σ . Dado que los valores de β son iguales para los tres países, la elasticidad de sustitución intertemporal $(1/\gamma)$ es el único parámetro que sirve para tomar en cuenta el grado de frugalidad de una economía en el contexto de los ejercicios realizados. Nótese que los valores escogidos para γ son bastante más bajos que los que se utilizan para simulaciones en la economía norteamericana. Sin embargo, estos valores son consistentes con estimaciones realizadas para países latinoamericanos (Arrau, 1990). Ejercicios realizados con valores de γ superiores a la unidad presentan, en general, menor bondad de ajuste, mayor volatilidad y casos en los que la restricción de $K_t > 0$ no se cumple.

(iv) A pesar de la insensibilidad de los resultados al valor particular de γ (entre cero y uno), dicho parámetro es fundamental para los efectos de evaluar costos (o ganancias)

en bienestar de políticas alternativas. En un contexto estocástico, el parámetro γ puede ser interpretado como el coeficiente de aversión relativa al riesgo de Arrow-Pratt. Por ello, a la luz de los axiomas de utilidad esperada de Von Neumann-Morgenstern, los resultados obtenidos sugieren que el agente representativo chileno valoraría más la estabilidad que sus similares boliviano y peruano.

(v) En ninguno de los casos en los que se utilizó el Modelo 2, se encontraron sustanciales mejoras en la calidad de los estadísticos. Sin embargo, resultados preliminares indican que el Modelo 2 puede replicar mejor los hechos estilizados, si es que se utilizaran como parámetros libres las participaciones de las etapas de inversión. Modificaciones en este sentido pueden ser muy importantes para mejorar los resultados de autocorrelación, particularmente en el caso peruano. A su vez, la utilización de éstos como parámetros libres puede servir para identificar peculiaridades en los procesos de realización de inversiones. Existiría, por ende, un vínculo automático con las características de especialización de cada uno de los países.

(vi) En el caso boliviano, se requieren shocks persistentes y menos volátiles que en los otros dos. Por otra parte, los modelos utilizados no permiten capturar conjuntamente las desviaciones del ingreso y de la tasa de inversión. Una estrategia que podría utilizarse es la de incluir inventarios en el Modelo 2. A pesar de la simplicidad de los modelos utilizados, cabe destacar el alto grado de ajuste alcanzado.

(vii) La limitación más importante en el caso chileno es que se disponía solamente de datos anuales, por lo que los estadísticos se calcularon en base a la agregación de simulaciones trimestrales. Pese a lo anterior, los resultados lograron replicar las desviaciones estándares de ingreso y tasa de inversión, así como la correlación entre dichas variables. Esto pudo conseguirse con shocks altamente persistentes, hecho que condujo a sobreestimar las autocorrelaciones.

(viii) El caso peruano presenta características distintas a los anteriores. Nótese que los resultados alcanzados dependen de una menor persistencia y mayor variabilidad de los shocks. Por otra parte, el Modelo 2 es menos preciso en la mayoría de los estadísticos.

(ix) Cabe destacar que se lograron algunos resultados satisfactorios al incluir raíces unitarias en el proceso estocástico de los shocks productivos. Sin embargo, dichos resultados son cuestionables, ya que bajo el supuesto de raíz unitaria no existe un estado estacionario para la economía, por lo que la bondad de la aproximación lineal cuadrática puede declinar drásticamente lejos de las condiciones iniciales.

7. Conclusiones

En este artículo se ha ilustrado el uso de las técnicas de modelación en base a parámetros profundos a través de la solución y calibración de modelos simples de crecimiento estocástico para Bolivia, Chile y Perú. El objetivo principal ha sido mostrar la utilidad de este enfoque con fines docentes, en especial en lo que concierne al nexo entre modelos teóricos y realidad empírica. Con todo, los resultados obtenidos tienen un interés en sí. Es interesante destacar, por ejemplo, que los modelos aquí considerados fueron capaces de producir predicciones relativamente razonables para países como Bolivia. También resulta ser de interés el hecho de que parámetros profundos, tales como la aversión al riesgo, no parecen producir diferencias importantes en la simulación de los diferentes modelos para un rango relativamente amplio de valores.

Los modelos aquí presentados son por cierto extremadamente simples, y aplicacio-

nes más sofisticadas deberían considerar aspectos propios de economías abiertas y pequeñas (ver, por ejemplo, Quiroz, 1991), así como el rol de potenciales distorsiones de diversa índole (McGrattan, 1991). Tampoco puede descartarse a priori la posibilidad de sustituir el supuesto de equilibrio competitivo aquí empleado por nociones alternativas, derivadas del marco teórico de teoría de juegos. Esto podría eventualmente operationalizar las nociones teóricas de "coordination failure", propias de la Nueva Economía Keynesiana. El mensaje central, sin embargo, es que sean cuales fueren los modelos teóricos que se utilicen, su relevancia en investigación y docencia dependerá en última instancia de su habilidad predictiva empírica.

APENDICE A. Los datos: Fuentes y tratamiento

Dado que los resultados obtenidos por los modelos desarrollados en el artículo se abstraen de características estacionales y tendencias propias de los datos, resulta necesario realizar un tratamiento de las series de Cuentas Nacionales para que sean comparables con las series artificiales generadas. Por ello se procedió a desestacionalizar y sacar tendencia a las series de producto. A su vez, como el modelo requiere que tanto inversión como producto compartan tendencia, la razón inversión/producto únicamente fue desestacionalizada.

El método utilizado fue el de simple inclusión de variables ficticias trimestrales y tendencia, dado que métodos como los de una representación MA (aditiva) no presentaron modificaciones mayores. Algo importante de anotar es que el DW de la regresión simple en la que se incluyen variables ficticias y tendencia sirve para analizar la posible presencia de correlaciones espurias.

Cabe destacar que, además de componentes estacionales, tendencias o cíclicos, los tres países presentaron importantes cambios en regímenes de política, estando a su vez sujetos a importantes shocks externos.

En el período en estudio, Bolivia presentó hasta fines de 1985 un proceso altamente inflacionario, mientras que en la segunda mitad de la década se realizó un exitoso proceso de ajuste.

Para el caso chileno no se pudo conseguir una serie trimestral por tipo de gasto, por lo que las cifras utilizadas corresponden a series anuales desde 1960.

La economía peruana presentó grandes oscilaciones del producto, acompañadas por una persistente inflación y numerosos cambios de política.

Las fuentes consultadas son:

BOLIVIA: Instituto Nacional de Estadística.

CHILE: Banco Central.

PERU: Banco Central.

APENDICE B. Programa de solucion del Modelo 1

```

/*
Computa regla de decision para modelo de crecimiento estocástico
*/

/* ----- DEFINE PARAMETROS DE INTERES ----- */
NS=3;          /* Número de Estados */
NC=1;          /* Número de Controles */
NSH=1;         /* Número de Shocks */
RRE=0.1;      /* Tasa de Interés real */
IY=0.15;      /* Relación Inversión/Producto
BOLIVIA=0.15  CHILE=0.17  PERU=0.27
BOLIVIA=0.15  CHILE=0.17  PERU=0.27
ALPHA=0.33;   /* Participación de Capital en Producto */
GAM=0.35;     /* Elasticidad Sustitución Intertemporal
BOLIVIA=0.35  CHILE=0.80  PERU=0.35
RHO=0.9;      /* Autocorrelación de Shocks
BOLIVIA=0.90  CHILE=0.99  PERU=0.85
SIGMAV=0.01;  /* Desviación Estándar de Shocks
BOLIVIA=0.01  CHILE=0.02  PERU=0.06
NR1=140;     /* Numero de Replicaciones Intra-Muestra
BOLIVIA=140   CHILE=220   PERU=145
NR2=100;     /* Numero de Replicaciones Muestrales

/* ----- RESUELVE STEADY STATE ----- */
BETA=(1+RRE)^(-1/4);          /* Tasa de Descuento */
DELTA=((1/BETA)-1)/(ALPHA/IY-1); /* Depreciación */

/* Códigos: x[1]=Capital, x[2]=Shock Tecnológico, x[3]=1,
u=Inversión. */
x=zeros(NS,1);
u=zeros(NC,1);
x[1]=((1-BETA)*(1-DELTA))/(BETA*ALPHA)^(1/(ALPHA-1));
x[2]=0;
x[3]=1;
u[1]=DELTA*x[1];
consumo=x[1]^ALPHA-u[1];

```

MODELOS Y REALIDAD: ENSEÑANDO MACROECONOMIA EN LOS NOVENTA

```

/* ----- CONSTRUYE MATRICES DE TRANSICION ----- */
a=zeros(NS,NS);
a[1,1]=(1-DELTA);
a[2,2]=RHO;
a[3,3]=1;

b=zeros(NS,NC);
b[1,1]=1;

c=zeros(NS,NSH);
c[2,1]=SIGMAV;

/* ----- CONSTRUYE MATRICES DE APROXIMACION DE TAYLOR ----- */
qt11=zeros(NS,NS);
qt11[1,1]=((consumo)^(-GAM))*ALPHA*(ALPHA-1)*(x[1]^(ALPHA-2))
-(ALPHA^2)*(x[1]^(2*ALPHA-2))*GAM*((consumo)^(-GAM-1));
qt11[1,2]=((consumo)^(-GAM))*ALPHA*(x[1]^(ALPHA-1))-GAM*ALPHA*
(x[1]^(2*ALPHA-1))*(consumo^(-GAM-1));
qt11[2,1]=qt11[1,2];
qt11[2,2]=((consumo)^(-GAM))*(x[1]^ALPHA)-GAM*(x[1]^(2*ALPHA))
*((consumo)^(-GAM-1));
qt11[1,3]=((consumo)^(-GAM-1));
qt11[2,3]=((consumo)^(-GAM))*ALPHA*(x[1]^(ALPHA-1));
qt11[3,1]=qt11[1,3];
qt11[3,2]=qt11[2,3];
qt11[NS,NS]=2*((consumo)^(1-GAM))/(1-GAM);

r=zeros(NC,NC);
r[1,1]=-(GAM/2)*((consumo)^(-GAM-1));

wt11=zeros(NS,NC);
wt11[1,1]=GAM*ALPHA*(x[1]^(ALPHA-1))*((consumo)^(-GAM-1));
wt11[2,1]=GAM*(x[1]^ALPHA)*((consumo)^(-GAM-1));
wt11[3,1]=-(consumo)^(-GAM);

xt11=x[1:NS-1];

go=qt11[1:NS-1,1:NS-1];
qns=qt11[1:NS-1,NS];
c0=qt11[NS,NS];
qnsa=qns-go*xt11;
qnsns=xt11'go*xt11-2*qns'xt11+c0;
q=0,5.*(qo-qnsa|qnsa'-qnsns);

wo=wt11[1:NS-1,.];
wm=wt11[NS,.];
wma=wm-xt11'wo;
w=0.5.*(wo|wma);

```

```

/* ----- ITERA EN ECUACION MATRICIAL DE RICCATI ----- */
ar=sqrt(BETA).*(a-(b*inv(r)*w'));
br=sqrt(BETA).*b;
qr=q-(w*inv(r)*w');
print "ITERANDO EN ECUACION DE RICCATI";
print;
p0=eye(NS)*(-1);
f0=((inv(r)+(br'*p0*br))*br'*p0*ar))+((inv(r)*w'));
toler=1.0e-4;
i=1+toler;
j=1+toler;
k=0;
do until i<toler and j<toler;
    pml=qr+(ar'*p0*ar)-(ar'*p0*br*(inv(r)+(br'*p0*br)))
        +br'*p0*ar);
    fml=((inv(r)+(br'*pml*br))*br'*pml*ar))+((inv(r)*w'));
    xx=fml-f0;
    xx2=xx.*xx;
    i=sumc(xx2');
    jj=pml-p0;
    jj2=jj.*jj;
    jj1=sumc(jj2);
    j=sumc(jj1');
    p0=zeros(NC,NC)+pml;
    f0=zeros(1,ns)+fml;
    k=k+1;
enddo;
f=f0;
print "IA POLITICA OPTIMA (MATRIZ F) ES:";
print f;
print;
/* ----- VERIFICA RESULTADOS ----- */
z=(a-b*f)*x;
print "CHEQUEO DE IA MATRIZ F";
print "LOS VALORES DE STEADY STATE SON:";
print x;
print "LOS VALORES CALCULADOS SON:";
print z;
print;

```

```

/* ----- ALGORITMO DE SIMULACION-CALIBRACION ----- */
j=1;
hestl=zeros(18,1);
print "SIMULANDO...";
print;
do while j<NR2+1;
    shocks=rndn(NR1,NSH);
    haux=zeros(18,1);
    /* Hechos Estilizados */
    /* Shocks Tecnológicos */
    /* Variable Auxiliar */
/* ----- [1] Simulación de Variables de Estado y Control----- */
    xsim1=zeros(NR1,1);
    xsim2=zeros(NR1,1);
    xsim3=zeros(NR1,1);
    usim =zeros(NR1,1);
    /* Capital */
    /* Shocks Tecnológicos */
    /* Variable Auxiliar =1 */
    /* Inversión */
    i=1;
    x2=x;
    u2=u;
    do while i<NR1+1;
        x1=x2;
        u1=u2;
        xsim1[i]=x1[1];
        xsim2[i]=x1[2];
        xsim3[i]=x1[3];
        usim[i]=-f*x1;
        shocks1=shocks[i,:];
        x2=(a-b*f)*x1+c*shocks1;
        i=i+1;
    enddo;
/* ----- [2] Simulación de Variables Económicas de Interés -- */
    ingreso=zeros(NR1,1);
    inver=zeros(NR1,1);
    tasainv=zeros(NR1,1);
    ingreso=(xsim1^(ALPHA)).*(exp(xsim2));
    inver=usim;
    tasainv=inver./ingreso;

```

```

/* ----- [3] Simulación de Estadísticos Relevantes ----- */
/* Códigos: hestill[1] = Desv. Std. (ln(ingreso))
             hestill[2] = Desv. Std. (tasainv)
             hestill[3] = Corr (ln(ingreso), tasainv)
             hestill[4] = Corr (ln(ingreso), ln(ingreso(-1)))
             hestill[5] = Corr (ln(ingreso), ln(ingreso(-2)))
             hestill[6] = Corr (ln(ingreso), ln(ingreso(-3)))
             hestill[7] = Corr (tasainv, tasainv(-1))
             hestill[8] = Corr (tasainv, tasainv(-2))
             hestill[9] = Corr (tasainv, tasainv(-3))
             hestill[i] = hestill[i-9]^2, para i=10,...,18
*/
inicio=101;
fin=NR1;
haux[1]=stdc(ln(ingreso[inicio:fin]));
haux[2]=stdc(tasainv[inicio:fin]);
dato=ln(ingreso[inicio:fin])~tasainv[inicio:fin];
cdato=corrxdato);
haux[3]=cdato[1,2];
dato=ln(ingreso[inicio:fin])~ln(ingreso[inicio-1:fin-1]);
cdato=corrxdato);
haux[4]=cdato[1,2];
dato=ln(ingreso[inicio:fin])~ln(ingreso[inicio-2:fin-2]);
cdato=corrxdato);
haux[5]=cdato[1,2];
dato=ln(ingreso[inicio:fin])~ln(ingreso[inicio-3:fin-3]);
cdato=corrxdato);
haux[6]=cdato[1,2];
dato=tasainv[inicio:fin]~tasainv[inicio-1:fin-1];
cdato=corrxdato);
haux[7]=cdato[1,2];
dato=tasainv[inicio:fin]~tasainv[inicio-2:fin-2];
cdato=corrxdato);
haux[8]=cdato[1,2];
dato=tasainv[inicio:fin]~tasainv[inicio-3:fin-3];
cdato=corrxdato);
haux[9]=cdato[1,2];
k=10;
do while k < 19;
  haux[k]=haux[k-9]^2;
  k=k+1;
endo;

```

```

/* ----- [4] Registra Información Intra-Muestral ----- */
k=1;
do while k<19;
  hestill[k]=((j-1)/j)*hestill[k] + (1/j)*haux[k];
  k=k+1;
endo;
print j;
j=j+1;
endo;
/* ----- FIN ALGORITMO SIMULACION Y CALIBRACION ----- */
/* ----- RESULTADOS FINALES DE CALIBRACION ----- */
k=10;
do while k<19;
  hestill[k]=(hestill[k]-(hestill[k-9])^2)^0.5;
  k=k+1;
endo;
print " " ===== " ";
print " " ===== " ";
print " " ===== " ";
print " D.S. ln(Y) " " " hestill[1]; hestill[10];
print " D.S. I/Y " " " hestill[2]; hestill[11];
print " Corr. ln(Y)-I/Y " " " hestill[3]; hestill[12];
print " Corr.Y-Y(-1) " " " hestill[4]; hestill[13];
print " Corr.Y-Y(-2) " " " hestill[5]; hestill[14];
print " Corr.Y-Y(-3) " " " hestill[6]; hestill[15];
print " Corr.I/Y-I/Y(-1) " " " hestill[7]; hestill[16];
print " Corr.I/Y-I/Y(-2) " " " hestill[8]; hestill[17];
print " Corr.I/Y-I/Y(-3) " " " hestill[9]; hestill[18];

```

Notas:

- 1 El lector puede verificar que las soluciones de estado estacionario para el Modelo 2 son:

$$X_1 = \left[\frac{(1 - \beta(1 - \delta)) \sum_{i=1}^4 \beta^{4-i} \varphi_i}{\alpha \beta^4} \right] \frac{1}{\alpha - 1}$$

$$X_2 = 0$$

$$X_3 = X_4 = X_5 = v = \delta X_1$$

$$\text{donde } X_1 = K, X_2 = \omega, X_3 = S_1, X_4 = S_2, X_5 = S_3, \text{ y } v = S_4.$$

- 2 Suele recomendarse $P_0 = -I$, donde I es la matriz Identidad, de orden igual al número de estados (incluida la constante).
- 3 El criterio de convergencia en las matrices P y F es relativamente arbitrario. En este trabajo, se procedió como sigue: Luego de cada iteración se define una matriz de dimensión igual a la de las matrices P y F resultantes que contiene el producto componente a componente de la diferencia de dichas matrices. Finalmente se obtiene un escalar que es la sumatoria de las desviaciones al cuadrado. Este escalar se compara con un nivel de tolerancia arbitrariamente escogido.
- 4 Un buen criterio para evaluar la convergencia de las matrices P y F es calcular (17) en el estado estacionario y verificar que se cumple $X = (A - BF)X$. Dicho criterio es presentado en el programa del Apéndice B.
- 5 Esta forma de proceder fue usada originalmente por Kydland y Prescott *op. cit.*, y continúa siendo utilizada por otros autores.
- 6 Esta línea de investigación más reciente se conoce como Método de Momentos Simulados (MMS) y ha sido desarrollada por Duffie y Singleton (1989).
- 7 Una excelente introducción a la metodología VAR (Vectores Autorregresivos) y sus posibles usos se encuentra en Sims (1980).
- 8 Se debe señalar que el modelo teórico se podría interpretar, en principio, como desviaciones en torno a una tendencia, si es que se incluyera una tendencia a la productividad de largo plazo y el capital se interpretara como capital per cápita. En consecuencia, la calibración a datos de la realidad (que en general exhiben tendencia) se debe hacer sólo después de someterlos a alguna transformación que los haga libres de tendencia. Los detalles de estas transformaciones, así como de las fuentes utilizadas, se explican en el Apéndice A.

Referencias

- ARRAU, P. (1990). "Un modelo macroeconómico intertemporal de dinero y consumo para Chile". *Colección Estudios Ceplan*, No 28.
- DUPEIE, D. y K. J. SINGLETON (1989). "Simulated Moments Estimation of Markov Models of Asset Prices". *Manuscript*, Graduate School of Business, Stanford University.
- HANSEN, L. y T. SARGENT (1980). "Formulating and Estimating Dynamic Linear Rational Expectations Models". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2.
- KYDLAND, F. y E. PRESCOTT (1982). "Time to Build and Aggregate Fluctuations". *Econometrica*, 50.
- MCGRATTAN, E. (1990). "Solving the Stochastic Growth Model by Linear-Quadratic Approximation". *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 8, No 1.
- MCGRATTAN, E. (1991). "Government Policy and Aggregate Fluctuations". *Revista de Análisis Económico*, Vol. 6, No 2.
- QUIROZ, J. (1991). "Las regularidades empíricas del tipo de cambio real en Chile: Un enfoque real de ciclos económicos". *Revista de Análisis Económico*, Vol. 6, No 2.

- SARGENT, T. (1981). "The Observational Equivalence of Natural and Unnatural Rate Theories of Macroeconomics" en *Rational Expectations and Economic Practice*. Lucas, R. y T. Sargent (eds.), Vol. II.
- SARGENT, T. (1987). *Dynamic Macroeconomic Theory*. Harvard University Press.
- SIMS, C. (1980). "Macroeconomics and Reality". *Econometrica*, 48.
- TAYLOR, J. y H. UHLIG (1990). "Solving Nonlinear Stochastic Growth Models: a Comparison of Alternative Solution Methods". *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 8, No 1.