

- MARCEL, M., 1986, "Determinants of unemployment in Chile: 1974-84", mimeo, Faculty of Economics and Politics, University of Cambridge, Inglaterra, junio.
- MELLER, P., 1980, "Enfoques sobre demanda de trabajo: relevancia para América Latina", *Revista Brasileira de Economia*, V. 34, No 1, enero-marzo (75-111) y en *Estudios CIEPLAN* No 24, Santiago, junio, 1978.
- , 1984a, "Análisis del problema de la elevada tasa de desocupación chilena", *Colección Estudios CIEPLAN 14*, Santiago, septiembre (9-42).
- MELLER, P., 1984b, "Estimaciones econométricas de modelos unecuatoriales de determinación del nivel de empleo", mimeo, CIEPLAN, abril, versión revisada y extendida en *Notas Técnicas* No 95, CIEPLAN, Santiago, marzo, 1987.
- MELLER, P.; E. LIVACHICH y P. ARRAU, 1984, "Una revisión del milagro económico chileno (1976-81)", *Colección Estudios CIEPLAN 15*, Santiago, diciembre (1-110).
- MELLER, P. y A. SOLIMANO, 1985, "Reactivación interna ante una severa restricción externa: análisis de distintas políticas económicas", *Colección Estudios CIEPLAN 16*, Santiago, junio (41-74).
- RIVEROS, L., 1983, "Efecto de la apertura comercial sobre el empleo: un análisis de desequilibrio", *Estudios de Economía* No 21, 2º semestre (1-22).
- , 1984, "Un análisis sobre el problema del empleo en Chile, en la década del 70", *Estudios de Economía* No 23, 2º semestre (1-29).
- RIVEROS, L. y P. ARRAU, 1984, "Un análisis empírico de la demanda por trabajo del sector industrial chileno, 1974-82", *Estudios de Economía* No 22, Primer Semestre (21-46).
- SARGENT, T.J., 1979, *Microeconomic Theory*, Academic Press, New York.
- SARRIS, A., 1973, "A bayesian approach to estimation of time-varying regression coefficients", *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 2, No 4, octubre (501-523).
- SOLIMANO, A., 1983, "Reducir costos del trabajo: ¿Cuanto empleo genera?", *Cuadernos de Economía* No 61, diciembre (363-382), y en *Notas Técnicas* No 48, CIEPLAN, Santiago, diciembre, 1981.
- VIAL, J., 1986, "Estabilidad de relaciones econométricas", mimeo, Departamento de Economía, Universidad de Santiago, diciembre.

## ESTABILIDAD EN RELACIONES ECONOMETRICAS

JOAQUIN VIAL R. T.\*

Departamento de Economía  
Universidad de Santiago de Chile

### Abstract:

*This article discusses estimation problems associated to the lack of structural stability in econometrics. In revising a number of issues concerning the topic, the author makes comments and recommendations on its relevance to applied econometric studies in developing countries.*

### I. Introducción

Uno de los supuestos claves en toda aplicación econométrica es que la relación entre las variables permanece constante, salvo por una perturbación aleatoria. Ello vale tanto para los modelos basados en el análisis de regresión como en aquellos que hacen uso de técnicas de series de tiempo<sup>1</sup>.

Si se tiene un modelo de regresión lineal del siguiente tipo, por ejemplo:

$$(1) \quad T'y_t + Bx_t = u_t$$

Donde  $T$ ,  $B$  son matrices de coeficientes,  $y_t$ ,  $x_t$  son vectores de variables endógenas y predeterminadas, respectivamente, y  $u_t$  es el término de error aleatorio que satisface todos los supuestos del modelo de regresión clásico.

En este contexto el término "inestabilidad" puede comprender varios fenómenos:

- Cambios en algunos de los parámetros contenidos en  $T$  y  $B$ .
- Cambios en las formas funcionales de algunas ecuaciones del sistema. En el modelo (1) ello podría implicar que ciertas ecuaciones dejan de ser lineales, por ejemplo.

\* Se agradecen los comentarios de J. Marshall, F. Morandé, K. Schmidt-Hebbel, R. Paredes y demás participantes al seminario del Depto. de Economía de la Universidad de Santiago. Cualquier error que persista es, por supuesto, de mi responsabilidad.

— Cambios en la dimensión de  $X_t$  al perder el carácter de exógenas ciertas variables, o al aparecer nuevas variables de este tipo.

— Cambios en la dimensión de  $Y_t$  al revertirse relaciones causales, por ejemplo.

Estos problemas tendrán distintos orígenes y sus efectos sobre las propiedades de los diversos estimadores también serán diferentes. Eventuales correcciones también diferirán, dependiendo de la manera cómo se manifieste el cambio estructural.

El artículo discute los problemas de estimación asociados a inestabilidad estructural en econometría.

En la Sección II se describe el aparato formal que sirve de marco al tratamiento de este problema, para luego en la Sección III analizar con mayor profundidad las posibles causas que lo pueden originar. En la Sección IV se reseñan algunas pruebas para detectar la presencia de cambios estructurales. Finalmente, en la Sección V se hace un breve resumen de algunos métodos para enfrentar el problema en la etapa de estimación.

El objetivo de este trabajo es reunir en un solo artículo, y dentro de un enfoque común, un conjunto de elementos que aparecen bastante dispersos en la literatura sobre el tema. En este sentido, el aporte original que se pretende hacer consiste en el ordenamiento y presentación de materias conocidas, agregando algunos comentarios sobre la pertinencia de los temas analizados para estudios econométricos en países como Chile.

## II. Marco analítico<sup>2</sup>

Definimos una *muestra* de tamaño  $T$  para un conjunto de variables  $Z$  como  $Z^o$ , tal que:

$$(2) \quad Z \equiv [Z_n(t)] \quad \begin{array}{l} n = 1, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

Donde el subíndice  $n$  denota la variable  $n$ , y  $t$  corresponde a la observación respectiva.

Nótese que  $Z^o$  representa una realidad específica, circunscrita a un lugar y período de tiempo determinados.

Asimismo, podemos definir un *modelo*  $H$  como un conjunto de información *a priori*  $H$  (i.e., previa a la observación de  $Z^o$ ) que permite especificar un conjunto de ecuaciones interdependientes:

$$(3) \quad M_g(Z_g, \alpha_g) = u_g \quad g = 1, \dots, G$$

Donde  $Z_g$  es un vector de variables,  $\alpha_g$  es un vector de parámetros fijos y  $u_g$  un vector de perturbaciones aleatorias con esperanza nula.  $M_g$  es una de las ecuaciones del modelo, de modo que podemos definir:

$$(4) \quad H = (M_1, \dots, M_G)$$

$$(5) \quad \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_G)$$

$$(6) \quad u = (u_1, \dots, u_G)$$

Nótese que el modelo  $H$  define las formas funcionales de los elementos contenidos en  $M$ , así como las restricciones *a priori* sobre los de  $\alpha$  y la clase a la cual pertenecen los  $u_g$ .

A su vez, las variables contenidas en  $Z$  se pueden clasificar en endógenas ( $y$ ) si sus valores se determinan como resultado de la solución de  $H$  y endógenas ( $x$ ) si ellas se determinan "fuera" del sistema de ecuaciones contenidas en  $H$ . Luego podemos reescribir (3) como:

$$(7) \quad M_g(y_g, x_g, \alpha_g) = u_g \quad g = 1, \dots, G$$

Una *estructura*  $S$  consiste de *todas* las propiedades de las ecuaciones del tipo (7), incluyendo aquellas que no se conocen *a priori*. Luego una estructura viene definida por las formas funcionales en  $M$ , los valores de los parámetros en  $\alpha$  y de la función de distribución de  $u$ .

Podemos decir, entonces, que un modelo  $H$  define una clase o familia de estructuras que son compatibles con él.

Al contrastar un modelo con una muestra  $Z^o$ , y si dicha muestra ha sido generada por una sola estructura, podemos definir una *estructura observada* ( $S^o$ ):

$$(8) \quad S^o \equiv (M^o, \alpha^o, u^o)$$

Análogamente podemos definir el *modelo observado* ( $H^o$ ) de modo que la ecuación  $g$  es igual a:

$$(9) \quad M_g^o(Z(t), \alpha_g^o) = u(t) \quad g = 1, \dots, G; \quad t = 1, \dots, T$$

Podemos también definir el proceso de normalización de un modelo observado usando la matriz de transformación  $P$ :

$$(10) \quad \Pi = PZ$$

De este modo podemos escribir:

$$(11) \quad y_g = N_g(Z, \Pi_g) + V_g \quad g = 1, \dots, G$$

Una normalización particular que nos va a interesar es la que denominaremos *forma reducida* del modelo:

$$(12) \quad \Pi_R = P_R Z$$

Tal que:

$$(13) \quad y_g = \bar{N}_g(X, \Pi_R) + V_g \quad g = 1, \dots, G$$

Si el modelo no es lineal, puede que  $P_R$  no exista; sin embargo, si  $H$  es lineal, ella siempre existe.

También podemos definir la forma reducida observada como:

$$(14) \quad y_g(t) = \bar{N}_g^o(X(t), \Pi_R^o) + V_g(t) \quad \begin{array}{l} g = 1, \dots, G \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

Vale la pena mencionar que el problema de identificación puede ser expresado en términos de la posibilidad de determinar una sola estructura observada ( $S^0$ ) a partir de la forma reducida observada.

En este contexto, los únicos cambios estructurales posibles se pueden definir como una transformación de una estructura observada  $S^0$  a otra  $S^1$ :

$$(15) \quad J : S^1 = JS^0$$

Siguiendo a Marschak se podría distinguir entre aquellos cambios estructurales que son controlables ( $J_C$ ) y que resultan de políticas o acciones específicamente orientadas hacia ello, de cambios no controlables ( $J_N$ ) que resultan de modificaciones en la conducta de los agentes económicos o de la tecnología, que no son el resultado de acciones diseñadas con ese propósito específico.

Este esquema formal que permite definir tan nitidamente los cambios estructurales se ve limitado en su aplicación a la econometría por el hecho de que en la práctica rara vez la Teoría Económica permite formular modelos en la manera precisa como hemos establecido hasta aquí.

El problema radica en que en Economía no se ha avanzado lo suficiente como para definir *a priori* los elementos contenidos en H en la ecuación (4), así como las restricciones sobre  $\alpha$  en (5). Incluso en muchos casos resulta casi imposible discriminar entre las variables endógenas y exógenas, por lo que hasta la dimensión de G se define con algún grado de arbitrariedad<sup>3</sup>.

Por lo tanto, la especificación precisa sólo se define *después* de la contrastación de un conjunto de hipótesis más o menos ambiguas con la información muestral, de manera que los conceptos antes revisados, si bien constituyen un marco formal impecable desde el punto de vista teórico, requirieran de una reformulación para el caso de la mayor parte de los estudios econométricos.

Definamos, entonces, lo que denominaremos "pseudomodelos" (H) que no son más que una especificación parcial de las restricciones sobre Z,  $\alpha$  y u en que, incluso, la dimensión de G puede ser ambigua:

$$(16) \quad H : M_g(Z, \alpha_g) = u_g \quad g = 1, \dots$$

Estos "pseudomodelos" son contrastados con la información muestral contenida en  $Z^0$ , de manera que se obtiene lo que denominaremos una "pseudoestructura observada" ( $S^0$ ) que es condicional en la información contenida en  $Z^0$ , dado que dicha información es usada para "especificar" las restricciones que finalmente se imponen<sup>4</sup>. Ella define el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$(17) \quad \phi_g^0(Y(t), X(t), \beta^0) = u_g(t) \quad g = 1, \dots, G^0$$

El mayor problema, desde el punto de vista de la correspondencia de  $S^0$  con  $S^e$ , es que realmente no tenemos información suficiente como para saber si las ecuaciones definidas en (17) corresponden a la "verdadera" estructura observada ( $S^0$ ) o a una normalización de ésta, que en realidad tendría una especificación más amplia y posiblemente completa<sup>5</sup>.

Por lo tanto, desde el punto de vista del análisis de los "cambios estructurales", tenemos que distinguir entre "cambios genuinos", que corresponden a modificaciones de  $S^0$ , de acuerdo a lo definido en (15), de cambios en  $S^e$ , que pueden o no tener su origen en

una modificación de  $S^0$ . Tal como vemos en seguida, las causas y la manera de enfrentar el problema pueden ser muy diferentes en uno u otro caso.

Para completar esta sección definiremos cambios en la "pseudoestructura observada"  $S^0$  como la transformación J, tal que:

$$(18) \quad \bar{J} : \bar{S}^1 = \bar{J}S^0$$

Además, para simplificar, supondremos que los cambios estructurales genuinos (J) siempre conllevan un cambio en  $\bar{S}$ , de manera que:

$$(19) \quad J \longrightarrow \bar{J}$$

La implicancia inversa, por supuesto, no se cumple siempre y allí radica el interés por distinguir entre ambos tipos de cambio estructural.

### III. Causas de cambios estructurales

Si partimos de la base que lo que observamos corresponde a una pseudoestructura como norma general, que en aquellos casos en que efectivamente se han especificado *a priori* las restricciones, coincide con la estructura observada  $S^0$ , entonces, cuando se habla de cambio estructural en general, se entiende como una modificación de  $S^0$ .

Como una manera de ordenar la exposición, distinguiremos entre cambios en  $S^0$  que ocurren cuando  $S^0$  no varía y lo que hemos denominado cambios "genuinos", que se refieren a modificaciones en la estructura observada ( $S^0$ ).

#### 1. Cambios en una normalización de una estructura que permanece inalterada

Hay varias causas que pueden hacer que una pseudoestructura observada se vea alterada, sin que ello implique que la estructura verdadera haya cambiado. Entre ellas vale la pena mencionar las siguientes:

- Errores en la calificación de exógenas de algunas variables: un error común es suponer que una determinada variable es exógena, en circunstancias que sus valores resultan de la interacción con el resto de las variables del modelo. Ello se puede justificar por el hecho de que en la mayoría de los casos la distinción entre variables endógenas y exógenas obedece a un juicio arbitrario del investigador, que en algún momento debe decidir detenerse en la ampliación del tamaño del modelo. En muchos casos, para una muestra dada, no hay problemas, dado que esa endogeneidad puede no manifestarse en los datos. Sin embargo, al salir de los valores muestrales, puede que se den eventos que la hagan aparecer, lo que va a inducir a pensar en un cambio estructural.
- Cambios fuertes en las variables exógenas. Si una variable genuinamente exógena se aparta muy bruscamente del rango en que ella se ha movido en la muestra, no debería haber una modificación en la estructura observada. Sin embargo,  $S^0$  puede cambiar porque la normalización escogida es condicional en los valores muestrales. Un ejemplo podría ser el primer shock petrolero, que dejó en evidencia las deficiencias en la especificación de las condiciones de oferta de muchos modelos macroeconómicos, que se basaban en especificaciones que se consideraron satisfactorias en períodos en que los únicos shocks de oferta tenían su origen en las cosechas agrícolas.

- c) Errores de especificación tradicionales, como omisión de variables o el uso de una forma funcional inadecuada también pueden pasar inadvertidos en una muestra específica y manifestarse fuera de ella o incluso en un subconjunto particular de la misma, lo que puede inducir a pensar que ha ocurrido un cambio estructural.
- d) Cuando se trabaja con muestras pequeñas, la presencia de "outliers", es decir, observaciones en que el término de error es muy grande, pueden también ser una causa de cambios en la pseudoestructura observada, lo que queda de manifiesto al excluir esas observaciones o al salir del período muestral.
- e) La multicolinealidad también puede inducir a pensar que han ocurrido cambios de estructura al interior de una muestra, dado que al excluir observaciones los parámetros estimados pueden experimentar fuertes cambios. Ello se debe a que las relaciones entre variables o combinaciones de éstas pueden alterarse de manera importante, afectando de esta manera los estimadores.
- f) Cambio en el "régimen de políticas", en el sentido expresado por Lucas (1981). Si bien este aspecto podría ser incluido en los puntos (a), (b) y (c), vale la pena explicarlo por separado, por la trascendencia que ha tenido para la teoría y práctica econométrica, así como en el campo de la Teoría Económica. Lucas plantea que los agentes económicos toman decisiones optimizando el uso de la información disponible, lo que implica que ellos aprenden de la experiencia pasada. Por lo tanto, cuando se especifican modelos que no toman en cuenta explícitamente ese hecho y, por ejemplo, se imponen esquemas mecánicos de formación de expectativas, se corre el riesgo de que  $S^0$  varíe porque los agentes económicos reaccionan de distinta manera a un mismo estímulo. Un problema no trivial que esta crítica plantea, es la enorme dificultad de modelar el uso que hacen los agentes económicos de la información disponible, especialmente en un ambiente de incertidumbre "keynesiano", donde ellos tienen dificultad para interpretar si los cambios que observan corresponden a un "cambio de régimen", o simplemente se trata de valores extremos generados por la misma distribución de probabilidad que existía en el pasado<sup>6</sup>.

## 2. Cambios en la estructura observada ( $S^0$ )

Tal como decíamos antes, se puede distinguir entre los casos en que ellos obedecen a políticas expresamente diseñadas con este fin ( $J_C$ ), de aquellos en que se dan por razones independientes de la voluntad de los agentes económicos afectados ( $J_N$ ).

Dentro de lo que podríamos llamar "políticas estructurales" hay muchos ejemplos que son particularmente abundantes en países en desarrollo como Chile. Entre ellos podríamos mencionar las reformas agrarias, que, junto con cambiar las estructuras de propiedad en un sector importante de las economías de estos países, han acarreado también una modificación importante en la forma de organización de las actividades en este sector, a la vez que han incorporado al mercado a un gran número de familias. Otra política con resultados similares, en términos de sus efectos sobre la estabilidad de las relaciones econométricas, son los procesos de liberalización del comercio exterior y de apertura financiera que se dieron en diversos países, con distintos grados de intensidad, durante los años setenta. El paso de una economía semierrada al comercio exterior a una más bien abierta implica una profunda readecuación de la estructura productiva, la manera cómo se determinan los precios, etc. Algo similar ocurre con el paso de una economía fuerte-

mente reprimida en lo financiero a una mucho más liberal en esta área, con el agravante de que en varios países dicho proceso ha sido seguido por crisis profundas de los sistemas financieros<sup>7</sup>.

También pueden ocurrir cambios estructurales sin que medien políticas específicas orientadas con este fin. Posiblemente la causa más importante sea el progreso técnico y la innovación económica y social. A modo de ejemplo, cabe señalar los avances en las comunicaciones y el transporte que han facilitado enormemente el intercambio entre agentes económicos separados físicamente, haciendo mucho más expedita la integración de la población a los mercados, especialmente en las zonas rurales.

La introducción de nuevos productos, el remplazo de aquellos que van quedando obsoletos, así como la sustitución y reciclaje de materias primas, son otro ejemplo de fuentes de cambio estructural, especialmente a nivel microeconómico.

## IV. Detección de cambios estructurales

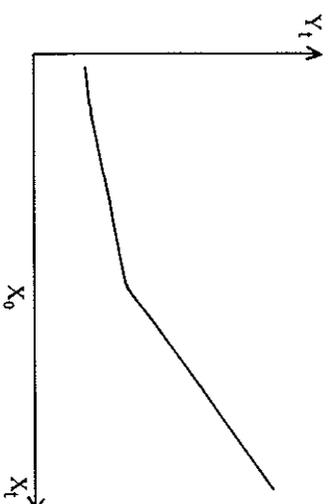
En términos de descubrir por medios estadísticos si han ocurrido cambios en las ecuaciones estimadas, ya sea dentro o fuera de la muestra, resulta prácticamente imposible determinar si ellos obedecen a modificaciones en la estructura observada ( $S^0$ ) o en la pseudoestructura observada ( $S^0$ ).

La única forma de poder precisar el origen de un cambio detectado, radica en el razonamiento teórico basado en el conocimiento apriorístico de que se dispone, que debiera ser la fuente para la especificación del modelo.

Es por ello que en la discusión que sigue no haremos distinción entre "tipos" de cambio estructural y nos limitaremos a señalar algunos de los mecanismos usados para detectar, en base a la información muestral, los posibles cambios estructurales.

Supongamos que estamos en una situación en la cual ocurre un cambio "por una vez" en una función:

GRAFICO 1



Nuestro problema es doble:

- Detectar si ocurrió o no un cambio estructural.
- Detectar cuándo sucedió.

El instrumento por excelencia para este fin es el test estadístico para verificar si dos conjuntos de parámetros corresponden o no a la misma "población" (estructura). El se conoce como "Test de Chow" en la literatura (Chow (1960)).

Supongamos que tenemos dos conjuntos de datos, el primero con  $n_1$  observaciones y el segundo con  $n_2$ .

$$(20) \quad y_1(t) = X(t) \alpha^{(1)} + u(t) \quad t \in T_1$$

$$(21) \quad y_2(t) = X(t) \alpha^{(2)} + u(t) \quad t \in T_2$$

Si ambos conjuntos de observaciones han sido generados por la misma estructura, entonces:

$$(22) \quad \alpha^{(1)} = \alpha^{(2)}, \text{ lo que implica } k \text{ restricciones lineales.}$$

Lo que el "Test de Chow" hace es verificar el cumplimiento de esas restricciones.

La suma de errores no restringidos  $SSR_N$  es la suma de los  $e^i$  de la regresión sobre cada submuestra por separado:

$$(23) \quad SSR_N = e_1' e_1 + e_2' e_2 = e_N' e_N$$

Los grados de libertad son  $(n_1 - k - 1) + (n_2 - k - 1) = (n_1 + n_2 - 2k - 2)$ .

La suma de errores al cuadrado restringido  $SSR_R$  es aquella en que forzamos el cumplimiento de la restricción haciendo una regresión sobre toda la muestra:

$$(24) \quad SSR_R = e' R e_R \text{ con grados de libertad } = (n_1 + n_2 - k - 1)$$

Luego el test F tradicional para verificar la validez de la restricción se construye como:

$$(25) \quad F_{k+1} = \frac{e' R e_R - e' N e_N}{(k+1)} \cdot \frac{(n_1 + n_2 - 2k - 2)}{e' N e_N / (n_1 + n_2 - 2k - 2)}$$

Para aplicar este test debemos tener en cuenta, en primer lugar, una idea acerca de cuál es la partición relevante de la muestra; es decir, dónde cortar los dos grupos de observaciones.

Ello puede provenir de la teoría o de la observación de los errores. Incluso se puede pensar en correr regresiones de prueba sobre subconjuntos muestrales.

Hay dos problemas prácticos de importancia que se deben considerar al aplicar este test.

En primer lugar, puede que el cambio estructural implique cambios no sólo en la esperanza de la distribución de los  $y$ , sino también en su varianza.

Toyoda, en una serie de artículos (Toyoda (1974 y 1976)), ha mostrado que la potencia del test de Chow se ve severamente limitada en presencia de heterocedasticidad, especialmente en muestras pequeñas. La sugerencia práctica más importante que se deriva de la literatura sobre el tema es que, en general, se debiera verificar primero el supuesto de heterocedasticidad. Si éste no se satisface, se debe corregir primero este

problema, utilizando algún mecanismo de ponderación, para luego aplicar el test de Chow usando errores homocedásticos.

Un segundo problema importante surge del examen visual de los coeficientes, que pueden cambiar mucho en distintas submuestras, sin que el test de Chow acuse cambios estructurales: esto es causado generalmente por *multicolinealidad*. En este contexto, las estimaciones son muy poco informativas respecto de los parámetros estructurales.

Una variante importante del Test de Chow es aquella que se aplica a la verificación de si observaciones adicionales pertenecen o no a la misma estructura previa. Esto es importante si se hacen ejercicios de predicción y de pronto se recibe información nueva que podría ser usada para revisar las estimaciones.

En este caso no podemos hacer 2 regresiones separadas porque no tenemos suficientes observaciones.

Chow sugiere que si  $n_2 < k+1$ , entonces se aplique el siguiente procedimiento:

(26) Sea  $RSS_1 = e_1' e_1$  sobre la muestra original con  $n_1$  observaciones y  $(n_1 - k - 1)$  grados de libertad.

(27) Sea  $RSS = e' e$  sobre  $n_1 + n_2$  observaciones y  $(n_1 + n_2 - k - 1)$  grados de libertad. Luego, el test F correspondiente sería:

$$(28) \quad F_{n_2} = \frac{(e' e - e_1' e_1) / n_2}{e_1' e_1 / (n_1 - k - 1)}$$

Otra aproximación a la verificación de cambio estructural ha sido propuesta por Gujarati. El ha abogado por utilizar variables mudas en la estimación, con el objeto de ganar información acerca de la magnitud y efectos del cambio estructural.

En el caso del Gráfico 1:

$$(29) \quad y_t = \alpha_1 X_t + \alpha_2 DX_t + u_t \quad D = \begin{cases} 0 & \text{si } X < X_0 \\ 1 & \text{si } X \geq X_0 \end{cases}$$

Esto tendría la ventaja de identificar los parámetros que cambian.

Sin embargo, en un modelo multivariado este cómputo es bastante más engorroso. Por otra parte, ante un cambio más general, donde las relaciones causales cambian o varía la denominación de endógena o exógena de algunas variables, es poco práctico el uso de este método.

Otra aproximación para la verificación de cambio estructural, propuesta originalmente por Brown, Durbin y Evans (1975) y perfeccionada posteriormente por Dufour (1982), consiste en el uso de "residuos recursivos".

Dichos autores plantean el siguiente modelo (unecuacional) como punto de partida:

$$(30) \quad y = X B_t + u$$

Donde los coeficientes contenidos en  $B_t$  pueden variar con el tiempo. Ellos asumen que los elementos en  $X$  son fijos y que el término de error se distribuye como una variable normal, con esperanza nula y varianza  $\sigma^2$ . La hipótesis de constancia o estabilidad estructural se puede representar como:

$$(31) \quad H_0 : B_1 = B_2 = \dots = B_T = B$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_T^2 = \sigma^2$$

En cuyo caso el modelo en (30) se convierte en el modelo de regresión tradicional. Una ventaja de esta aproximación sobre las anteriores es que permite la posibilidad de cambios graduales en  $B_t$ , y en más de una oportunidad. Además, admite explícitamente los cambios en  $\sigma^2$ .

Lo que dichos autores sugieren es computar la suma de los residuos recursivos (CUSUM), donde estos últimos se calculan de la siguiente manera:

$$(32) \quad \tilde{u}_{t+1} = \frac{y_{t+1} - X_{t+1} B(t)}{\sqrt{(1+X_{t+1} (X'(t) X(t))^{-1} X'_{t+1})}}$$

$$t = 1, \dots, T$$

Donde  $\tilde{u}_{t+1}$  es el "residuo recursivo" en el periodo  $t+1$ ,  $y_{t+1}$  y  $X_{t+1}$  corresponden a las observaciones de las respectivas variables en el periodo  $t+1$ ,  $B(t)$  es el estimador por Mínimos Cuadrados Ordinarios de  $B$  usando la información contenida en la muestra con  $t$  observaciones y  $X(t)$  es la matriz con  $t$  observaciones para los componentes de  $X$ . A su vez CUSUM se calcula de la siguiente manera:

$$(33) \quad \text{CUSUM}_T = \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{t=k+1}^T \tilde{u}_t$$

Donde  $\hat{\sigma}$  se obtiene de la muestra total.

Estos autores aprovechan el hecho de que en caso de cambio estructural van a ocurrir alejamientos sistemáticos de los  $\text{CUSUM}_T$  respecto de su valor esperado (0). Como una manera de verificar esto, ellos sugieren graficar  $\text{CUSUM}_T$  para las distintas observaciones y ver si ellos caen siempre dentro de la "banda" definida por las líneas que pasan por los puntos.

$$(34) \quad \left\{ k, \pm a \sqrt{T-k} \right\}, \quad \left\{ T, \pm 3a \sqrt{T-k} \right\}$$

Donde  $a$  varía de acuerdo al nivel de significancia. Si se desea un nivel de significancia igual a .05, los autores sugieren usar un valor para  $a$  de 0,948.

Luego, si CUSUM sale "fuera" del rango definido por las líneas rectas especificadas en (34) se puede afirmar con un 95% de confianza (por ejemplo) que se puede rechazar la hipótesis de constancia ( $H_0$  en (31)).

Un test más exigente se basa en el uso de la suma de residuos recursivos al cuadrado (CUSUMQ) que se calcula dibujando las siguientes cantidades:

$$(35) \quad \text{CUSUMQ}_T = \frac{\sum_{j=k+1}^T \tilde{u}_j^2}{\sum_{j=k+1}^T \tilde{u}_j^2} \quad r = k+1, \dots, T$$

De acuerdo a los autores este test es particularmente útil cuando el cambio estructural es no-sistemático.

El procedimiento para la definición de las bandas se basa en el hecho de que ellos encuentran que  $\text{CUSUMQ}_T$  sigue una distribución Beta con una esperanza igual a  $(r-k)/(T-k)$ , bajo el supuesto de constancia ( $H_0$ ) y de normalidad de los residuos mínimos cuadráticos.

Un complemento a estos tests basados en análisis gráficos se encuentra en el cómputo de Test de Chow consecutivos, agregando una observación a la vez, utilizando residuos recursivos. Para ello se puede utilizar el método propuesto por Harvey (1976) para relacionar residuos mínimos cuadráticos y residuos recursivos.

Una de las razones por las cuales estos tests se han usado poco en la práctica, es la falta de programas computacionales que permitan el cálculo directo de CUSUM, CUSUMQ y las respectivas bandas de confianza. Cabe señalar, eso sí, que con algún esfuerzo de programación dichos tests pueden ser implementados en programas de uso frecuente como TSP. Algunas aplicaciones interesantes de estos tests en Chile se encuentran en trabajos de Corbo (1982) sobre la demanda de dinero, y de Rojas (1986) para la demanda por trabajo.

Además de estos procedimientos existen diversos tests para verificar la presencia de coeficientes que cambian aleatoriamente. Es decir, el modelo se puede describir como:

$$(36) \quad y = X B_t + u$$

$$B_t = B_{t-1} + v_t$$

Donde  $v_t$  se distribuye independientemente como una variable aleatoria normal, con esperanza nula y una matriz diagonal de varianzas y covarianzas igual a  $V$ .

La hipótesis de constancia en este contexto se plantea en términos de  $V = 0$ . Desgraciadamente, los diversos tests propuestos tienen severas limitaciones y son de difícil cálculo, por lo que aún no permean la práctica econométrica<sup>10</sup>.

Todas estas pruebas tienen dos problemas en común: en primer lugar, ellos se aplican a ecuaciones individuales solamente, por lo que en un contexto de ecuaciones simultáneas se deben considerar dentro de la categoría de pruebas con información limitada. En segundo lugar, ellos no siempre permiten detectar cambios de fondo en la estructura, que afecta relaciones causales o el carácter de endógena o exógena de alguna variable. Respecto de esto último, siempre existe la posibilidad de aplicar test de precedencia temporal a la Granger o Sims, pero su potencia es dudosa en el contexto de cambios estructurales (no estacionariedad)<sup>11</sup>, por lo que finalmente el elemento más importante para la decisión será el razonamiento teórico, apoyado por la evidencia que se pueda recoger que indique posibles cambios estructurales.

## V. Estimación en la presencia de cambios estructurales

Hay varias situaciones que conviene distinguir cuando se hace frente a problemas de cambio estructural, ya que ellas darán origen a distintas estrategias para la estimación.

En primer lugar, vale la pena distinguir entre cambios al interior de un modelo con parámetros fijos de modelos con parámetros variables. En el primer caso, tenemos que se pasaría de una estructura observada  $S^0$  a otra  $S^1$ , lo que constituye cambio estructural propiamente tal, definido en el sentido que le dábamos al término en la introducción. Por el contrario, un modelo en que un subconjunto de los coeficientes son variables, implica un cambio en  $S^0$ , si es que ellos se han especificado como fijos, lo que ocurre, por ejemplo, en el caso señalado por Lucas.

Sobre este último tipo de "cambio estructural" sólo diremos que el problema de fondo radica en la especificación del modelo, por lo que la única solución consiste ya sea en la especificación de la estructura "verdadera" o en la incorporación explícita de los mecanismos de variación de los parámetros<sup>12</sup>. En su defecto, se podría reclamar validez "local" de la pseudoestructura observada, lo que implica que el rango de variación de las variables, respecto de sus medias muestrales, no puede ser muy grande<sup>13</sup>.

Si se restringe el campo de análisis a los cambios estructurales de modelos con parámetros fijos, vale la pena distinguir entre cambios *permanentes* y *transitorios*. Un cambio transitorio puede ser fácilmente neutralizado mediante la exclusión de las observaciones respectivas o el uso de variables mudas. Un cambio permanente requiere de una inversión más profunda, como veremos en seguida.

Una tercera distinción importante es aquella que se refiere al "momento" del cambio estructural y más específicamente a si éste ocurre dentro o fuera del período muestral. Ello cobra relevancia dependiendo de los usos que se quiera dar a las estimaciones.

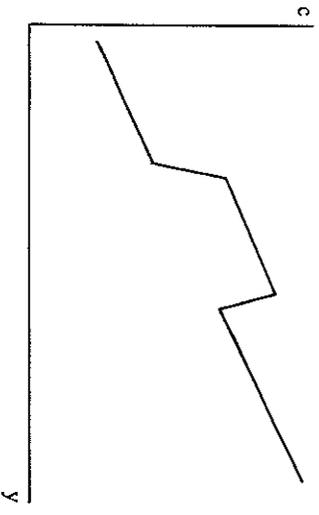
1. Cambios transitorios en modelos con parámetros fijos

Ejemplos de este tipo de cambios hay muchos, siendo uno de los más frecuentes, en el caso de Chile, la inclusión del período 1971-1973 en la muestra. Como es bien sabido, durante dicho lapso se aplicaron políticas destinadas a cambiar radicalmente el funcionamiento del sistema económico. Los efectos de dichas políticas, unidos a los problemas sociales y políticos que marcaron la época, hacen que, generalmente, no se pueda rechazar la hipótesis de cambio estructural cuando se incluyen dichas observaciones en la muestra. Esta es una situación transitoria y, en muchos casos, se pueden combinar datos del período previo con los años posteriores a 1974. Así como éste, hay muchos casos en que generalmente se tiene una idea aproximada de las causas que pueden haber motivado el cambio, pero se tiene muy poca información acerca de cuáles son sus efectos precisos sobre la estructura, el período en que empieza a manifestarse y el tiempo que transcurre hasta que la nueva estructura reemplaza completamente a la anterior.

Las alternativas más usadas para enfrentar este tipo de problemas son:

- (a) Exclusión de observaciones, si el fenómeno es transitorio y no se extiende sobre un gran número de datos.
- (b) Incorporación de variables mudas (dummy o ficticias). Si existe alguna presunción acerca del efecto del cambio en las ecuaciones, se pueden usar este tipo de variables. El ejemplo clásico es el de la función consumo en períodos de paz y de guerra:

GRAFICO 2



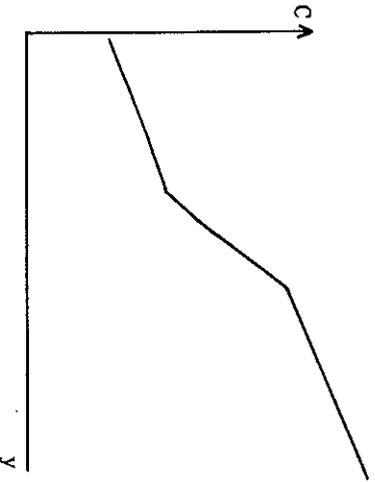
El desplazamiento mostrado en el Gráfico 2 implica un cambio en el intercepto de la ecuación, luego, lo que se puede hacer es lo siguiente:

(37)  $C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$

Lo que se puede estimar es:

(38)  $C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma D_t + u_t$        $D_t \begin{cases} 0 : \text{años paz} \\ 1 : \text{años guerra} \end{cases}$

GRAFICO 3



Si el cambio era, en la propensión marginal, a consumir, como se muestra en el Gráfico 3, se puede estimar:

(39)  $C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma Y_t D_t + u_t$

y si afecta ambos parámetros

(40)  $C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma_1 Y_t D_t + \gamma_2 D_t + u_t$

La mayor ventaja de las variables mudas es la sencillez de su uso. Sin embargo, tienen varios inconvenientes:

- En modelos "grandes" o ecuaciones con muchas variables, es bastante más difícil ver cómo y dónde se introducen las variables mudas.
- No permiten incorporar la gradualidad con que generalmente ocurren los cambios, a pesar de que a través de su combinación con diversos esquemas de rezagos (Almon, por ejemplo), o mediante el uso de "Splines", se podría subsanar este problema<sup>14</sup>.
- Si el cambio estructural se debe a errores de especificación, una variable muda puede "camuflar" el problema de fondo, sin garantizar que no vuelva a aparecer fuera de la muestra.

## 2. Cambios permanentes en modelos con parámetros fijos

En este caso tendríamos exactamente la situación descrita por (18), es decir, de una pseudestructura observada ( $\hat{S}^o$ ) pasamos a otra distinta ( $\hat{S}^*$ ) que puede diferir radicalmente de la anterior, incluso en términos de la definición de endógenas o exógenas de ciertas variables.

Si el cambio se limita a algunos coeficientes de unas pocas ecuaciones, los métodos descritos en la sección anterior pueden ser bastante útiles y de hecho se utilizan profusamente en la práctica econométrica. Sin embargo, si el problema es más generalizado o profundo, se debería tratar de estimar dos pseudestructuras diferentes. Ello topa con el grave inconveniente de que generalmente no hay grados de libertad suficientes para ello.

Otra posibilidad radica en explorar el uso de observaciones con periodicidad más corta, limitando la muestra a períodos con una sola estructura. El caso más típico son los intentos por usar datos trimestrales. Desgraciadamente la calidad y abundancia de series de alta periodicidad deja bastante que desear, especialmente en países como Chile. Como una manera de avanzar en este sentido, muchas veces los investigadores proceden a construir sus propias "trimestralizaciones" de series anuales, lo que tiene obvias limitaciones frente al uso de series construidas con información básica, además de que se hace muy difícil su extensión fuera del período muestral original<sup>14</sup>. Sin embargo, muchas veces ésta es la única posibilidad de poder avanzar en el estudio de ciertos fenómenos.

## 3. Cambios fuera del período muestral

Este tipo de cambios estructurales generalmente se hacen evidentes por la presencia de errores sistemáticos en predicción o en la anticipación de efectos de políticas.

Por cierto, ellos pueden tener un origen en errores de especificación, que se manifiestan ante una evolución diferente de la muestral por parte de variables supuestamente exógenas, o bien corresponder a cambios estructurales genuinos. Desafortunadamente no hay muchas guías respecto a cómo proceder en estos casos, excepto por la obvia recomendación de reestimar el modelo tan pronto como se cuente con información suficiente para ello.

Si el modelo se usa con fines predictivos, una medida de carácter transitorio, que se usa con más frecuencia de lo que sería recomendable, consiste en modificar los interceptos de algunas ecuaciones, ajustándolos de acuerdo a los errores de los últimos períodos.

Hay que tener cuidado con no abusar de estas prácticas ya que ellas pueden "falsificar" las proyecciones del modelo original.

En el caso en que se desee usar el modelo para evaluar políticas, si no se tiene una idea clara de cuáles coeficientes cambian, prácticamente no hay solución aceptable al problema. Si, por el contrario, se sabe que los cambios se concentran en unos pocos parámetros, se puede hacer algún análisis de sensibilidad de los resultados frente a cambios en esos coeficientes, en la línea de lo propuesto por Kuh y Neese (1982).

## VI. Comentarios finales

Hemos visto que el problema del cambio estructural, entendido en un sentido econométrico, puede ser detectado en un número grande de casos y también puede ser tra-

## ESTABILIDAD EN RELACIONES ECONÓMERICAS

tado exitosamente desde el punto de vista de la estimación. Sin embargo, debiera ser evidente de la lectura de la Sección III que él puede ser mucho más frecuente de lo que estamos acostumbrados a aceptar en la práctica econométrica corriente. Ello es particularmente válido en países como Chile, donde la inestabilidad de las instituciones y las políticas es mucho mayor que en otros lugares. Esto obliga a que la preocupación por los cambios estructurales deba ocupar un lugar central en nuestras investigaciones económicas.

Un aporte importante que pueden hacer las autoridades para el buen éxito de la aplicación de técnicas econométricas en estos países, que finalmente redundan en un conocimiento más acabado de nuestra realidad, es en la dedicación de mayores esfuerzos a la mejora y ampliación de la información económica con periodicidad más corta.

Por último, parece necesario recalcar la importancia del estudio sistemático de estos problemas en los cursos de econometría y estadística, cuyos programas debieran adaptarse para incorporar estos tópicos que generalmente se excluyen o tratan de manera superficial, provocando el desencanto de aquellos estudiantes con una percepción más aguda de los problemas prácticos para la aplicación de las técnicas estudiadas.

## NOTAS

- 1 Hay que mencionar algunas diferencias terminológicas entre ambos enfoques. Lo que un economista tradicional llama una "falla en la estabilidad" de una ecuación, un economista en series de tiempo posiblemente lo denominaría como "falta de estacionariedad" de una serie o de transformaciones simples de ésta.
- 2 La mayor parte de los conceptos clásicos aquí expuestos se basan en Maraschak (1950).
- 3 Ver Liu (1950) para una discusión de estos puntos. Sims, en varios artículos (1980 y 1982), ha perseguido una línea de razonamiento similar. El mismo punto es tratado por Hendry (1980) y otros autores en Hendry y Wallis (1984) desde una perspectiva más optimista.
- 4 Una discusión de los problemas que este procedimiento plantea desde el punto de vista de la confiabilidad de dicha especificación se encuentra en Judge *et al.* (1980).
- 5 Esta dificultad lleva a Sims a criticar fuertemente la credibilidad de la identificación de modelos macroeconómicos. Sims (1980), (1982).
- 6 Véase Meltzer (1983) para una discusión más profunda de estos aspectos.
- 7 Véase Díaz-Alejandro (1985).
- 8 Para ello se puede usar el test de Goldfeld y Quandt o el de Glejser. Para una descripción de ellos, véase Johnston (1975).
- 9 Gujarati (1970).
- 10 Para una revisión de dichos test, véase Chow (1984).
- 11 Para una revisión de estos test, véase Geweke (1984).
- 12 Tanto en Maddala (1977), Judge *et al.* (1980) y Chow (1984) se incluyen extensas revisiones de métodos para modelar y estimar modelos con parámetros variables.
- 13 Véase Sims (1982).
- 14 Véase Portier (1976) para una explicación sobre el uso de "Splines" en este contexto.
- 15 Entre las muchas trimestralizaciones recientes de datos para Chile, véase Schmidt-Hempel y Sepúlveda (1986), Haindl (1986), Le Fort (1986) y Le Fort *et al.* (1986).

## REFERENCIAS:

- BROWN, DURBIN y EVANS, 1975, "Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationship over Time", *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, 37.
- CHOW, 1960, "A Test of Equality Between Sets of Observations in Two Linear Regression" *Econometrica*, 28.
- , 1984, "Random and Changing Coefficient Models". En Griliches e Intriligator eds.: *Handbook of Econometric*. Vol. II.
- CORBO, 1982, "Desequilibrios de stocks, stocks monetarios y estabilidad de la demanda de dinero en Chile", *Cuadernos de Economía*, U.C.
- DIAZ-ALAJANDRO, 1985, "Good-bye Financial Repression, Hello Financial Crash". *Journal of Development Economics*. Septiembre-octubre.
- DUFOUR, 1982, "Recursive Stability Analysis of Linear Regression Relationships". *Journal of Econometrics*, 19.
- GEWEKE, 1984, "Inference and Causality in Economic Time Series Models". En Griliches e Intriligator eds. *op. cit.*
- GUJARATI, 1970, "Use of Dummy Variables in Testing for Equality between Sets of Coefficients in Linear Regression - A Note". *American Statistician*, Febrero.
- HAINDL, 1986, "Trimestralización del Producto Geográfico Bruto por origen y destino". *Estudios de Economía*. U. de Chile. Abril.
- HARVEY, 1976, "An Alternate Proof and Generalization of a Test for Structural Change". *American Statistician*, 30.
- HENDRY, 1980, "Econometrics - Alchemy or Science?". *Econometrica*. Noviembre.
- HENDRY y WALLIS eds., 1984, *Econometrics and quantitative economics*. Basil Blackwell.
- JOHNSTON, 1975, *Métodos de Econometría*. Ed. Vicens Vives, 3a. edición.
- JUDGE, GRIFITHS, CARTER y LEE, 1980, *The Theory and Practice of Econometrics*. J. Wiley.
- KUH y NEESE, 1982, "Econometric Model Diagnostics". En Chow y Consi eds.: *Enhancing the Reliability of Macro-economic Models*. J. Wiley.
- LE FORT, 1986, "Trimestralización de series de Balanza de Pagos: Método de series relacionadas con información completa". *Estudios de Economía*. U. de Chile. Abril, 1986.
- LE FORT, BUDNEVICH y RIVEROS, 1986, "Trimestralización de las series nacionales del empleo". *Estudios de Economía*. U. de Chile. Abril 1986.
- LIU, 1960, "Underidentification, Structural Estimation and Forecasting". *Econometrica*. Octubre.
- LUCAS, 1981, "Econometric policy evaluation: a critique". En Brunner y Meltzer eds.: *Studies in Business Cycle Theory*. MIT Press.
- MADDAIA, 1977, *Econometrics*. McGraw-Hill.
- MARSHAK, 1950, "Statistical Inference in Economics: an introduction". En Koopmans ed. *Statistical Inference in Dynamic Models*. Cowles Commission Monograph 10.
- MELTZER, 1983, "Rational Expectations, Risk, Uncertainty and Market Responses". En Wachter ed.: *Crisis in the Economic and Financial Structure*. Lexington books.
- POIRIER, 1976, *The Economics of Structural Change*. North Holland.
- ROIAS, 1986, "Un análisis empírico de la demanda por trabajo en Chile 1977-1985". Mimeo. Banco Central de Chile.
- SCHMIDT-HEBBEL y SEPULVEDA, 1986, "Trimestralización de variables nominales y reales de Cuentas Nacionales de Chile: 1974-1982". Documento de Trabajo No 11. Depto. de Economía, USAACH.
- SIMS, 1980, "Macroeconomics and Reality". *Econometrica*. Enero.
- , 1982, "Policy analysis with econometric models". *Brookings Papers on Economic Activity*. 1.
- TOYODA, 1974, "Use of the Chow Test under Heteroskedasticity". *Econometrica*. Mayo.

CAPITAL FORMATION IN SELECTED WEST AFRICAN COUNTRIES:  
THEORY AND EMPIRICAL EVIDENCE

AKPAN H. EKPO\*

Department of Economics  
University of Calabar  
Calabar, Nigeria

## Abstract:

*This paper empirically tests aggregate investment demand functions for ECOWAS countries in order to help in the designing of investment promotion policies in the region.*

## Introduction

There is no doubt that capital accumulation is a significant issue in the development process. Theoretically, capital accumulation brings about increases in income which raises savings and ultimately leads to additional capital formation. A country's productive capacity grows through the accumulation of capital, quantitative and qualitative expansion of the labour force and changes in the techniques of production.

Since capital accumulates only through investment, investment is a significant determinant of long-term growth. "Investment is essential to the process by which additions to the labour force are accommodated and is the primary means whereby new technology is introduced" (Ackley, 1978, p. 608).

The Economic Community of West African States (ECOWAS)<sup>1</sup> is nursing the idea of establishing a development bank in order to increase the supply of investible funds.

While the idea is most welcomed, it is also important to precisely certain the factors influencing the kinds of investment demand in the ECOWAS sub-region. Therefore, this paper focuses on demand side of capital-formation by empirically testing the received hypotheses on the subject matter. It is generally stated that a change in income (Y) will shift the investment function while the rate of interest is negatively related to investment. Because of the nature of the economies in the ECOWAS sub-region, we shall drop the rate of interest since it is largely decided by government and more over, it (interest rate) has remained almost constant for the period under study.

\* The author is grateful to Professor Eno Ugoro and an anonymous referee of this journal. Their comments have improved the quality of the paper.