

DEPENDENCIA CONDICIONAL ENTRE LOS MERCADOS BURSATILES DE MEXICO Y ESTADOS UNIDOS

CONDITIONAL DEPENDENCE BETWEEN STOCK MARKETS IN MEXICO AND THE UNITED STATES

ARTURO LORENZO-VALDES*

Universidad de las Américas, Puebla

Abstract

In this paper the conditional dependence of stock market in Mexico and the United States is studied. Symmetric Joe-Clayton copula is used and conditional probabilities of increases (decreases) in Mexico stock index when there are increases (decreases) in the U.S. stock index are estimated. For the marginal distributions, AR-TGARCH and AR-EGARCH models with a standardized Student's t distribution for innovations are proposed. Empirical results suggest that there is a high degree of conditional dependence in the tails, presenting higher volatility on the upper (right) tail throughout the period.

Keywords: *Stock returns, copulas, TGARCH, EGARCH.*

JEL Classification: *C52, G11, G15, G32.*

Resumen

En este trabajo se estudia la dependencia condicional de los mercados accionarios de México y Estados Unidos. Se emplea la cópula de Joe-Clayton simétrica y se estiman las probabilidades condicionales de que existan incrementos (decrementos) en el índice accionario de México, dado que hay incrementos (decrementos) en el índice accionario de Estados Unidos. Para las distribuciones marginales se proponen modelos AR-TGARCH y AR-EGARCH con distribución t de student estandarizada para

* Profesor del Departamento de Actuaría, Física y Matemáticas, Ex hacienda Sta. Catarina Mártir, 72810, San Andrés Cholula, Puebla, México. Tel: (01-52-222) 229-2675, E-mail: arturo.lorenzo@udlap.mx

las perturbaciones. Los resultados empíricos sugieren que existe alto grado de dependencia condicional en las colas, presentándose mayor volatilidad en la cola superior (derecha) a lo largo del periodo.

Palabras clave: *Rendimientos accionarios, cópulas, TGARCH, EGARCH.*

Clasificación JEL: *C52, G11, G15, G32.*

I. INTRODUCCION

Desde finales del siglo XX se ha podido observar que las crisis financieras se contagian con gran rapidez, esto debido a la mayor conexión y, por tal razón, dependencia entre los mercados financieros. La crisis de 2008 que comenzó en Estados Unidos es un ejemplo de dicha dependencia por sus repercusiones en los mercados financieros internacionales.

La dependencia incide sobre la diversificación de los portafolios de inversión, ya que esta última se complica cuando existen movimientos conjuntos entre los diferentes mercados. La crisis puede ir más allá del sector financiero afectando a la economía en su conjunto.

Los estudios empíricos realizados para describir los movimientos conjuntos entre los activos financieros han empleado diferentes herramientas estadísticas y econométricas. Una de las herramientas que está teniendo mucho auge son las cópulas que permiten comprender la dependencia a un nivel más profundo.

Las cópulas se basan en medidas alternativas. En lugar de un estudio de correlación simple, las cópulas permiten desarrollar una modelización separada de la dependencia entre variables aleatorias y sus respectivas funciones de distribución marginales. Como han señalado Chollete, Heinen y Valdesogo (2008), las cópulas son muy útiles cuando se trata de información financiera, ya que permiten la dependencia en las colas, es decir, cuando hay cambios extremos en los rendimientos de los activos financieros.

Entre los autores que han realizado estudios de este tipo se encuentran Canela y Pedreira (2012), que aplicaron cópulas bidimensionales con el fin de estudiar las estructuras de dependencia por pares de los rendimientos diarios de Argentina, Brasil, Chile, México, Perú y Venezuela.

Otros trabajos que aplicaron cópulas son los de Rodríguez (2007), que utilizó rendimientos de los índices bursátiles de Tailandia, Malasia, Indonesia, Corea y Filipinas en Asia, de México, Argentina, Brasil y Chile en América Latina; y Okimoto (2008) que se centró en los índices bursátiles de Estados Unidos y del Reino Unido. Ambos estudios utilizaron cópulas con modelos de cambio de régimen con el fin de encontrar evidencias de cambios en la estructura de dependencia durante los periodos de crisis. En estos estudios llegaron a la conclusión de que las dependencias entre los mercados bursátiles presentan mayor probabilidad de pérdidas extremas, por tanto, podemos esperar que la estructura de dependencia se fortalezca en los periodos de crisis. Lorenzo y Massa (2013) estudiaron la dependencia entre México y Brasil

con tres tipos de cópulas diferentes y en distintos periodos, encontrando también un aumento de dependencia en periodos de crisis.

Cuando se trabaja con cópulas que tienen un comportamiento diferente en las colas, superior e inferior, la conducta típica de los periodos de crisis financieras se puede estudiar con cambios en la dependencia de la distribución de las colas, para ello la cópula debe variar en el tiempo.

Patton (2001a, 2001b) introdujo el concepto de cópula condicional, que permite llevar a cabo el análisis mediante la inclusión de la densidad condicional (dependiente del tiempo) para cada variable individual, además de la dependencia condicional entre ellas. En su trabajo estudia las asimetrías en la estructura de dependencia del marco alemán y del yen japonés en relación con el dólar americano. En trabajos posteriores, Patton (2006a, 2006b) desarrolló un modelo bivariado empleando la cópula de Joe-Clayton simétrica aunado a un modelo GARCH para describir la evolución de las varianzas condicionales de los rendimientos. Este modelo permitió a los parámetros de la cópula ser funciones del tiempo y describir la dependencia entre ellos durante los eventos extremos.

De igual manera, Johansson (2011) utilizó dependencia condicional y la aplicó a los mercados financieros de Europa y Asia del Este, concluyendo que la volatilidad regional y los movimientos comunes fueron más altos durante la crisis de 2008 que durante la crisis financiera asiática de los años 90. Más recientemente, Czapkiewicz y Majdosz (2014) emplearon cópulas para encontrar la interdependencia dinámica y similitudes entre mercados europeos, americanos y asiáticos, encontrando que las similitudes entre los mercados financieros varían con el tiempo.

El objetivo de nuestro trabajo es utilizar las cópulas para medir la dependencia condicional en las colas entre el mercado bursátil de México y el de Estados Unidos. Asimismo, describir el comportamiento de los rendimientos de los índices accionarios y su volatilidad con modelos TGARCH y EGARCH que describen las características típicas de las series de tiempo financieras.

El resto de este documento se divide de la siguiente manera: en la segunda sección se discute la definición de cópula y sus medidas de dependencia. Posteriormente se presentan los modelos del tipo GARCH y la metodología utilizada en el documento; los datos y los resultados se muestran en la cuarta sección, para terminar con las conclusiones sobre el asunto.

II. COPULAS

La modelación por cópulas permite describir la función de distribución de probabilidades multivariada por medio de las funciones de distribución marginales y una relación de dependencia llamada cópula. Nelsen (1999) presenta un trabajo muy completo de los aspectos prácticos y teóricos sobre el tema de las cópulas. En esta parte solo se presentan los conceptos básicos de cópulas que se emplean en el estudio.

Empezamos definiendo una cópula bivariada $C(u_1, u_2)$, como una función de distribución acumulada (FDA) con marginales uniformes sobre el intervalo unitario. El teorema de Sklar (1959) dice que si $F_j(x_j)$ para $j = 1, 2$ es la FDA de una variable

aleatoria continua univariada X_j , entonces $C(F_1(x_1), F_2(x_2))$ es una función de distribución bivariada para $X(X_1, X_2)$ con distribuciones marginales $F_j, j = 1, 2$. Inversamente, si F es una FDA continua bivariada con marginales univariadas F_1, F_2 , entonces existe una única cópula bivariada C tal que $F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2))$.

Las propiedades de cópulas nos permiten estudiar las dependencias en los mercados financieros de forma más sencilla. Entre estas propiedades, podemos mencionar en primer lugar, que las cópulas son invariantes a transformaciones monótonas de variables aleatorias. En segundo lugar, existen relaciones directas entre los parámetros de las cópulas y las medidas de concordancia, como la tau de Kendall, ampliamente utilizada. En tercer lugar, proporciona un tratamiento asintótico de la dependencia en las colas de las distribuciones.

La tau de Kendall, mencionada anteriormente, es una medida de concordancia entre dos variables aleatorias; dos puntos $(x_1, x_2), (y_1, y_2)$ se dice que son concordantes si $(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) > 0$ y discordantes si $(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) < 0$. En forma similar, dos vectores aleatorios $(X_1, X_2), (Y_1, Y_2)$ son concordantes si la probabilidad $P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) > 0]$ es mayor que la probabilidad $P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) < 0]$; es decir, si X_1 tiende a crecer con X_2 por lo que la concordancia es una relación de dependencia. De igual forma, dos vectores son discordantes si pasa lo contrario. La tau de Kendall mide las diferencias en probabilidad, por lo que es una medida de concordancia:

$$\tau(X_1, X_2) = P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) < 0] \quad (1)$$

La ventaja al utilizar cópulas es la posibilidad de asociarlas con la tau de Kendall por medio de la siguiente relación:

$$\tau(X_1, X_2) = 4 \int \int C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1 \quad (2)$$

Otras medidas de dependencia definidas por las cópulas es la dependencia asintótica en las colas, que miden el comportamiento de las variables aleatorias durante eventos extremos. Para este trabajo se emplean medidas que indican la probabilidad de que se observe un incremento (decremento) extremo en los rendimientos del índice mexicano, debido a que hay un incremento (decremento) extremo en los rendimientos del índice de Estados Unidos. Para lo anterior, se definen los coeficientes de dependencia en colas inferior τ^l y superior τ^s como:

$$\begin{aligned} \tau^l &= \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} P(X_2 < F_2^{-1}(\alpha) | X_1 < F_1^{-1}(\alpha)) = \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \frac{C(\alpha, \alpha)}{\alpha}, \\ \tau^s &= \lim_{\alpha \rightarrow 1^-} P(X_2 > F_2^{-1}(\alpha) | X_1 > F_1^{-1}(\alpha)) = \lim_{\alpha \rightarrow 1^-} \frac{1 - 2\alpha + C(\alpha, \alpha)}{1 - \alpha}. \end{aligned} \quad (3)$$

Existe independencia en las colas si los valores son cero y dependencia si los valores están entre cero y uno, con dependencia perfecta si el valor es de uno.

En particular, este estudio utiliza la cópula de Joe-Clayton simétrica debido a que existen las dos medidas antes mencionadas. Si el comportamiento es simétrico,

entonces los coeficientes de dependencia superior e inferior coinciden. La forma funcional de esta cópula es la siguiente:

$$C_{JCS}(u_1, u_2 | \tau^S, \tau^I) = 0,5 \left[C_{JC}(u_1, u_2 | \tau^S, \tau^I) + C_{JC}(1 - u_1, 1 - u_2 | \tau^I, \tau^S) + u_1 + u_2 - 1 \right] \quad (4)$$

donde $C_{JC}(u_1, u_2)$ es la cópula de Joe-Clayton conocida también como BB7 (Patton, 2006a), y cuya forma funcional es la siguiente:

$$C_{JC}(u_1, u_2 | \tau^S, \tau^I) = 1 - \left(1 - \left\{ \left[1 - (1 - u_1)^\kappa \right]^{-\gamma} + \left[1 - (1 - u_2)^\kappa \right]^{-\gamma} - 1 \right\}^{-1/\gamma} \right)^{1/\kappa} \quad (5)$$

$$\text{con } \kappa = \frac{\ln(2)}{\ln(2 - \tau^S)} \quad \text{y} \quad \gamma = -\frac{\ln(2)}{\ln(\tau^S)}.$$

Para este trabajo se estimarán las medidas de dependencia en colas condicional siguiendo a Patton (2006). Los coeficientes de dependencia en colas inferior τ^I y superior τ^S se suponen dependientes del tiempo con las ecuaciones de evolución para cada una como sigue:

$$\begin{aligned} \tau_t^I &= \Lambda \left(\lambda_{0I} + \lambda_{1I} \tau_{t-1}^I + \lambda_{2I} |u_{1t-1} - u_{2t-1}| \right), \\ \tau_t^S &= \Lambda \left(\lambda_{0S} + \lambda_{1S} \tau_{t-1}^S + \lambda_{2S} |u_{1t-1} - u_{2t-1}| \right), \end{aligned} \quad (6)$$

con Λ la función logística para asegurar que los valores estén entre cero y uno.

III. METODOLOGIA

Para evaluar la dependencia condicional en las colas entre los mercados accionarios de México y Estados Unidos se toman los precios de cierre semanales del índice accionario del país i (México o Estados Unidos) en el periodo t , P_{it} , y se calculan los rendimientos continuos por periodo:

$$r_{it} = \ln P_{it} - \ln P_{it-1} \quad (7)$$

Una de las medidas de riesgo más utilizada en finanzas es la volatilidad. Se puede definir como la desviación estándar condicional y se presenta, generalmente, en forma anualizada. Esta volatilidad es el proceso estocástico utilizado para describir la dispersión de los rendimientos continuos (en logaritmos). Existen muchas aplicaciones de la estimación y predicción de la volatilidad entre las que se encuentran la elección de portafolios con el mínimo riesgo, la estimación del valor en riesgo (VaR), la cobertura de portafolios y la valuación de activos como las opciones financieras.

La volatilidad es una medida que no es observable, se tiene que emplear un modelo para su estimación y predicción. No se puede decir que existe una volatilidad “verdadera”, ya que esta depende del modelo utilizado para calcularla.

La inclusión de la volatilidad en los modelos permite describir ciertas características típicas de las series de tiempo financieras como son: i) la probabilidad de tener rendimientos extremos superiores a los que se tendría si se supone una distribución normal, es decir, la distribución de probabilidades de los rendimientos presenta colas más anchas que una distribución normal, conocido como exceso de *curtosis*; ii) el efecto apalancamiento, cuando existe una correlación negativa entre el rendimiento y la volatilidad en el sentido de que cuando el rendimiento baja la volatilidad aumenta y iii) la relación temporal de la volatilidad que forma *cluster*, es decir, la volatilidad en un periodo depende de la volatilidad en periodos anteriores.

Algunas de estas características se pueden describir con diferentes modelos de la familia ARCH, desarrollados inicialmente por Engle (1982) y generalizados por Bollerslev (1986). En particular existen dos modelos que describen todas las características descritas anteriormente: el modelo TGARCH (*Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), introducido por Zakoian (1994) y por Glosten *et al.* (1993) en forma independiente, y el modelo EGARCH (*Exponential Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) que se utilizará en este estudio, propuesto por Nelson (1991).

En este trabajo se estimará la volatilidad diaria de los rendimientos en logaritmo (tasa de crecimiento continuo de los precios) de los índices accionarios de México y Estados Unidos. Se emplearán dos modelos con objeto de comparación. El primero es un modelo AR(1)-TGARCH (1,1) para los rendimientos del índice accionario del país *i*:

$$\begin{aligned} r_{it} &= \varphi_{i0} + \varphi_{i1}r_{it-1} + u_{it} \\ u_{it} &= \sigma_{it}\varepsilon_{it} \\ \sigma_{it}^2 &= \alpha_{i0} + \alpha_{i1}u_{it-1}^2 + \beta_i\sigma_{it-1}^2 + \gamma_i I(u_{it-1} < 0) \end{aligned} \quad (8)$$

El segundo modelo es un AR(1)-EGARCH(1,1) en el que se modifica la última ecuación que describe el comportamiento dinámico de la volatilidad:

$$\begin{aligned} r_{it} &= \varphi_{i0} + \varphi_{i1}r_{it-1} + u_{it} \\ u_{it} &= \sigma_{it}\varepsilon_{it} \\ \ln(\sigma_{it}^2) &= \alpha_{i0} + \alpha_{i1}|\varepsilon_{it-1}| + \beta_i \ln(\sigma_{it-1}^2) + \gamma_i \varepsilon_{it-1} \end{aligned} \quad (9)$$

Las perturbaciones ε_{it} se distribuyen como una *t* de *student* estandarizada y se estiman los grados de libertad (ν). El modelo presenta una ecuación para los rendimientos que, en este caso, se define como un proceso autorregresivo de orden uno al depender los rendimientos del periodo de los mismos rendimientos en el periodo anterior, y una ecuación para la varianza (volatilidad al cuadrado). Esta última ecuación tiene un parámetro γ que mide la posibilidad del efecto apalancamiento, que en el modelo TGARCH tendría que ser estadísticamente positivo y en el modelo EGARCH negativo.

Para la estimación de los parámetros se utilizó la siguiente función de verosimilitud en logaritmos:

$$\ln L(\theta, \theta_1, \theta_2) = \sum_{t=1}^T (\ln c(F_1(\varepsilon_{1t}; \theta_1), F_2(\varepsilon_{2t}; \theta_2); \theta) + \ln f_1(\varepsilon_{1t}; \theta_1) + \ln f_2(\varepsilon_{2t}; \theta_2)) \quad (10)$$

donde $c(F_1(\varepsilon_{1t}; \theta_1), F_2(\varepsilon_{2t}; \theta_2); \theta)$ es la densidad de la cópula; mientras f_1 y f_2 son las densidades de las marginales de los rendimientos de cada país y $\{\theta, \theta_1, \theta_2\}$ son el conjunto de parámetros.

IV. DATOS Y RESULTADOS

Los datos de nuestro estudio empírico consisten en precios de cierre semanales de los índices accionarios de México (IPC) y Estados Unidos (Dow Jones) del 30 de diciembre del 2005 al 28 de febrero de 2014.

Se calculan los rendimientos continuos semanales como en (7) y se presentan las estadísticas descriptivas en el Cuadro 1.

CUADRO 1

ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DE LOS RENDIMIENTOS DE LOS ÍNDICES ACCIONARIOS DE MEXICO (IPC) Y ESTADOS UNIDOS (DJ)

Estadísticas descriptivas	IPC	DJ
Media	0,00184	0,00099
Desv. Est.	0,03223	0,02553
Coef. Asim.	-0,15322	-1,03189
<i>Curtosis</i>	9,08032	12,74524
Jarque-Bera	657,89037	1761,31376
P-value	0,00000	0,00000
Correlación	0,76284	
Tau de Kendall	0,49543	

La no normalidad de los rendimientos es confirmada mediante el estadístico de Jarque-Bera basado en la *curtosis* y el coeficiente de asimetría. La correlación positiva superior al 76% establece la dependencia lineal de los rendimientos del IPC y el Dow Jones en el periodo de estudio, así como la confirmación de la concordancia medida por el tau de Kendall. Estas dos medidas nos indican que durante el periodo de estudio existió una relación positiva entre los rendimientos de ambos índices.

En el Cuadro 2 se presentan los resultados de la estimación de la cópula de Joe-Clayton simétrica (4) y con los rendimientos de las marginales suponiendo un modelo AR(1)-TGARCH(1,1) como en (8) y un modelo AR(1)-EGARCH(1,1) como

en (9). Aparece la estimación de los diferentes parámetros así como su p -value para la muestra completa. También se presenta el estimador de los grados de libertad de la distribución t -estandarizada.

CUADRO 2

RESULTADO DE LAS ESTIMACIONES DE LA COPULA JOE-CLAYTON SIMETRICA CUANDO LAS MARGINALES SIGUEN UN MODELO TGARCH (PANEL IZQUIERDO) Y CUANDO SIGUEN UN MODELO EGARCH (PANEL DERECHO)

	TGARCH				EGARCH			
	IPC		DJ		IPC		DJ	
	Coef.	Prob.	Coef.	Prob.	Coef.	Prob.	Coef.	Prob.
ϕ_0	0,00261	0,02624	0,00198	0,02657	0,00291	0,01104	0,00188	0,03669
ϕ_1	-0,07967	0,06858	-0,05254	0,19376	-0,07256	0,10218	-0,05214	0,19300
α_0	0,00003	0,03074	0,00002	0,00237	-0,39440	0,00494	-0,42563	0,00344
α_1	-0,00712	0,80830	-0,04581	0,12451	0,14448	0,00086	0,07361	0,12153
γ	0,13651	0,00041	0,19089	0,00000	-0,11682	0,00002	-0,17298	0,00000
β	0,89762	0,00000	0,89476	0,00000	0,96071	0,00000	0,95292	0,00000
ν	5,8573	0,0001	8,2050	0,0002	5,7493	0,0000	8,4030	0,0001
λ_{0S}	-0,84740	0,09661			-0,70764	0,21922		
λ_{1S}	2,78346	0,00044			2,63875	0,00228		
λ_{2S}	-4,19793	0,08685			-4,66417	0,06992		
λ_{0I}	-1,76248	0,00000			-1,50076	0,01394		
λ_{1I}	3,79689	0,00000			3,38606	0,00019		
λ_{2I}	-0,55253	0,12901			-0,68856	0,19745		
Logl	2126,22				2126,32			
Akaike	-9,93499				-9,93547			

Se muestra el estimador y el p -value para los parámetros de la ecuación de la media (panel superior), ecuación de la volatilidad (segundo panel), grados de libertad (ν) y parámetros de la dependencia condicional para la cola superior e inferior.

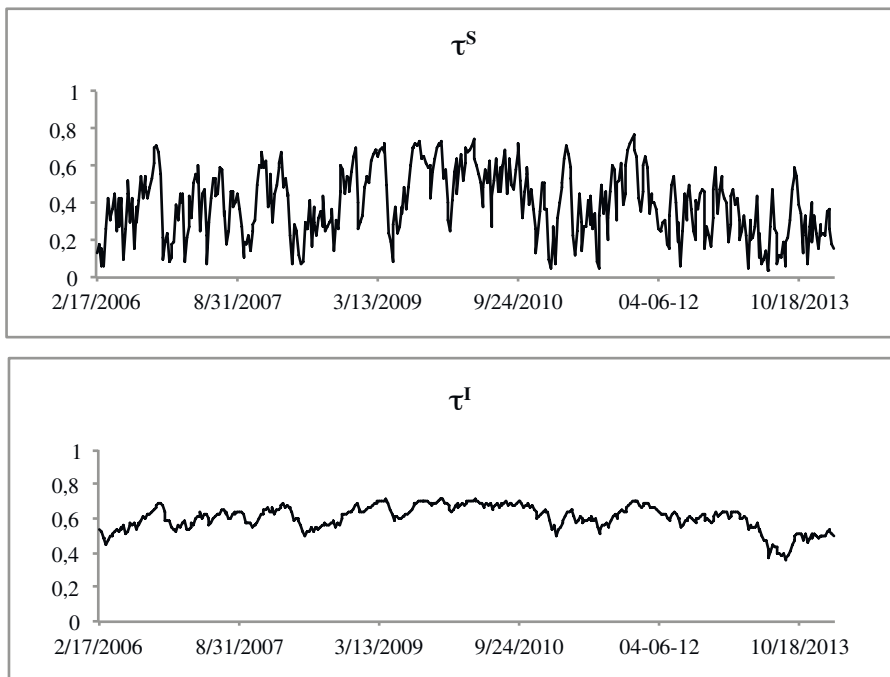
El ajuste del modelo se realiza revisando los correlogramas de los residuales y de los residuales al cuadrado que tienen que comportarse como ruido blanco y se cumple en todos los casos. El ajuste para ambos modelos de las distribuciones marginal es muy parecido. En ambos casos se confirma el efecto apalancamiento, medido por el parámetro γ , para ambos índices accionarios al ser estadísticamente positivo en el caso del modelo TGARCH t estrictamente negativo en el modelo EGARCH.

Los parámetros de las ecuaciones de las medidas de dependencia en colas inferior τ^l y superior τ^s también están presentes en la Cuadro 2 y son utilizados para obtener las series de dependencia que se presentan en la Figura 1 para el caso en que se emplea un modelo TGARCH y en la Figura 2 en la que se emplea el modelo EGARCH.

En la Figura 1 se muestra que en el periodo de estudio la probabilidad de que ocurra un incremento en los rendimientos del IPC, debido a que hay un incremento en los rendimientos del Dow Jones (dependencia condicional superior), es muy

FIGURA 1

GRAFICOS DE LOS COEFICIENTES DE DEPENDENCIA CONDICIONAL DE COLAS INFERIOR τ^I Y SUPERIOR τ^S PARA MODELO TGARCH



volátil, pasando del 3% al 76% y con una media del 40%. Los periodos en los que la probabilidad de que ambos rendimientos suban es justamente después de la crisis del 2008, durante 2009.

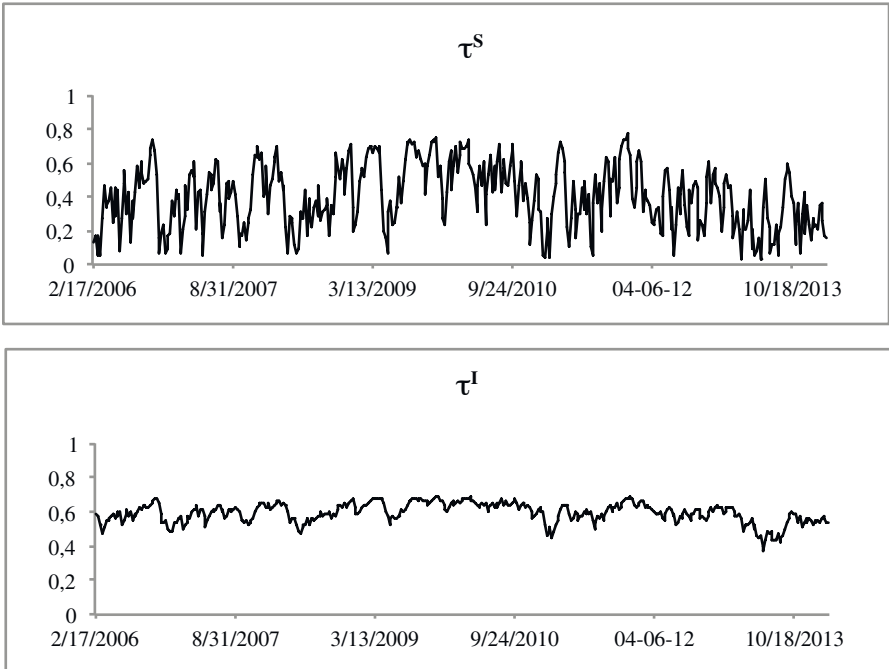
Esto se puede interpretar como un comportamiento cauto de los inversionistas y que existe una mayor dependencia cuando los mercados van al alza, lo que dificulta la diversificación.

Por otro lado, la probabilidad de que se observe un decremento en los rendimientos del IPC, porque hay un decremento en los rendimientos del Dow Jones (dependencia condicional inferior), es un poco más estable, pasando del 35% al 71% y con una media del 60%. De la misma forma, los periodos en los que la dependencia es mayor se dan nuevamente en los meses que siguen a la crisis del 2008, aunque esta relación es más estable en el tiempo y permite explicar la ausencia de diversificación.

La Figura 2 muestra resultados parecidos con la distribución marginal de los rendimientos siguiendo un modelo EGARCH por lo que la interpretación es similar.

FIGURA 2

GRAFICOS DE LOS COEFICIENTES DE DEPENDENCIA CONDICIONAL DE COLAS INFERIOR τ^I Y SUPERIOR τ^S PARA MODELO EGARCH



V. CONCLUSIONES

En este trabajo se encuentra evidencia empírica de la dependencia en las colas de la distribución de los rendimientos entre los mercados bursátiles de México y Estados Unidos. Las series analizadas han sido los precios de cierre semanales de los índices accionarios de México (IPC) y Estados Unidos (Dow Jones) entre el 30 de diciembre del 2005 y el 28 de febrero de 2014.

Los resultados empíricos del estudio sugieren que: 1) cada una de las series de rendimientos bursátiles analizadas puede describirse adecuadamente con el modelo AR(1)-TGARCH o con el modelo AR(1)-EGARCH propuestos; 2) se cumple la característica de efecto apalancamiento, es decir, cuando los rendimientos tienden a la baja, la volatilidad aumenta; 3) se cumple la característica del exceso de *curtosis*, mayor probabilidad de tener rendimientos extremos; 4) existe alta dependencia lineal durante el periodo de estudio, medida por el coeficiente de correlación (76%) y un alto grado de concordancia reflejada por la tau de Kendall y 5) existe un alto grado de dependencia condicional en las colas, presentándose mayor volatilidad en la

probabilidad de incrementos de ambos índices y siendo mayores las probabilidades en tiempos de crisis.

El último punto nos lleva a afirmar que hay mayor probabilidad de que se observe un decremento en los rendimientos del IPC debido a un decremento en los rendimientos del Dow Jones. Es decir, hay mayor probabilidad de pérdida, dado que se tuvo una pérdida en el otro mercado, a que exista una ganancia, ya que se tuvo ganancia en el otro mercado. En cualquiera de los dos casos existe dificultad en la diversificación para los inversionistas y esta dificultad crece en tiempos de crisis.

Desde el punto de vista metodológico, los resultados demuestran la conveniencia de usar modelos de varianza condicional para describir el comportamiento de la volatilidad como son los de la familia ARCH que asuman las características típicas de las series de tiempo financieras como el efecto apalancamiento. Por esa razón los modelos TGARCH y EGARCH pueden emplearse para describir dichas características, así como para la toma de decisiones de administración de riesgos, de inversión y de valuación de activos. Además, el incluir las cópulas y considerar los parámetros de dependencia condicional en las colas permite describir de mejor manera el comportamiento conjunto de los rendimientos que tienen implicaciones para la teoría de portafolios y el análisis de riesgos.

Finalmente, para posibles estudios posteriores, se destaca que se pueden extender estos modelos y considerar otro tipo de distribuciones, ya sean simétricas o asimétricas, para las perturbaciones así como otras variaciones de la familia ARCH y comparar sus resultados.

REFERENCIAS

- BOLLERSLEV, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* 31 (3), pp. 307-327.
- CZAPKIEWICZ, A. y P. MAJDOSZ (2014). "Grouping Stock Markets with Time-Varying Copula-GARCH Model", *Czech Journal of Economics and Finance* 64 (2), pp. 144-159.
- CANELA, M. y E. PEDREIRA (2012). "Modeling Dependence in Latin American Markets Using Copula Functions", *Journal of Emerging Market Finance* 11 (3), pp. 231-270.
- CHOLLETE, L., A. HEINEN and A. VALDESOGO (2008). "Modeling International Financial Returns with a Multivariate Regime Switching Copula", *Journal of Financial Econometrics* 7 (4), pp. 437-480.
- ENGLE, R. F. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* 50 (4), pp. 987-1007.
- GLOSTEN, L.R., R. JAGANNATHAN y D. RUNKLE (1993). "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks", *Journal of Finance* 48 (5), pp. 1779-1801.
- JOHANSSON, A. (2011). "Financial Markets in East Asia and Europe during the Global Financial Crisis", *The World Economy* 34, pp. 1088-1105.
- LORENZO-VALDES, A. y R. MASSA (2013). "Measuring Dependence in Financial Crisis: A Copula Approach for Mexico and Brasil", *Economía Mexicana* 22 (2), pp. 341-355.
- NELSEN, R. (1999). *An Introduction to Copulas*. Springer-Verlag, New York.
- NELSON, D.B. (1991). "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica* 59 (2), pp. 347-370.
- OKIMOTO, T. (2008). "New Evidence of Asymmetric Dependence Structures in International Equity Markets", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 43, pp. 787-815.
- PATTON, A. (2001a). "Modelling Time-Varying Exchange Rate Dependence Using the Conditional Copula", Working Paper, University of California, San Diego.

- PATTON, A. (2001b). "Estimation of Copula Models for Time Series of Possible Different Lengths", Working Paper, University of California, San Diego.
- PATTON, A. (2006a). "Modelling Asymmetric Exchange Rate Dependence", *International Economic Review* 2, pp. 527-555.
- PATTON, A. (2006b). "Estimation of Multivariate Models for Time Series of Possibly Different Lengths", *Journal of Applied Econometrics* 21, pp. 143-173.
- RODRIGUEZ, J. (2007). "Measuring Financial Contagion: A Copula Approach", *Journal of Empirical Finance* 14 (3), pp. 401-423.
- SKLAR, A. (1959). "Fonctions de repartition à n dimensions e leurs marges", *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris* 8, pp. 229-231.
- ZAKOIAN, J.M. (1994). "Threshold Heteroskedastic Models", *Journal of Economic Dynamics and Control* 18 (5), pp. 931-955.