Revista de Análisis Económico, Vol. 24, Nº 1, pp. 43-53 (Junio 2009)

EQUILIBRIOS COMPETITIVOS Y DE BERTRAND, CON Y SIN DIFERENCIACION DE PRODUCTOS

COMPETITIVE AND BERTRAND EQUILIBRIA, WITH AND WITHOUT PRODUCT DIFFERENTIATION

GERMAN COLOMA*
Universidad del CEMA, Argentina

Abstract

In this paper we show that a homogeneous-product market with multiple Bertrand equilibria becomes a market with a single Bertrand equilibrium when we introduce a small degree of product differentiation. When differentiation tends to zero, that Bertrand equilibrium converges to the unique competitive equilibrium of the homogeneous-product market, which is in turn one of the multiple Bertrand equilibria for that market.

Keywords: *Bertrand Equilibrium, Competitive Equilibrium, Product Differentiation.*

JEL Classification: *D43, L13.*

Resumen

En este trabajo se muestra que un mercado de un producto homogéneo, que presenta múltiples equilibrios de Bertrand, se convierte en un mercado con un único equilibrio de Bertrand cuando se le introduce un pequeño grado de diferenciación de productos. Cuando la diferenciación tiende a cero, dicho equilibrio de Bertrand converge al único equilibrio perfectamente

* Universidad del CEMA; Av. Córdoba 374, Buenos Aires, C1054AAP, Argentina; teléfono: 54-11-3614-3000; E-mail: gcoloma@cema.edu.ar.
Agradezco los comentarios de Giacomo Corneo, Sujoy Mukerji, Sergio Pernice, Alejandro Saporiti, Manuel Willington y dos árbitros anónimos. Los errores que subsisten son de mi exclusiva responsabilidad.

competitivo del mercado del producto homogéneo, que es a su vez uno de los múltiples equilibrios de Bertrand de este último mercado.

Palabras Clave: Equilibrio de Bertrand, Equilibrio Competitivo, Diferenciación de Productos.

Clasificación JEL: D43, L13.

1. INTRODUCCION

Desde la aparición misma del concepto de "equilibrio de Bertrand" en la teoría económica (Bertrand, 1883), existe la idea de que dicho equilibrio exhibe cierta equivalencia o convergencia con el concepto de equilibrio perfectamente competitivo. Sin embargo, Dastidar (1995) ha demostrado que, en el contexto de oligopolios con productos homogéneos y funciones de costos convexas, los equilibrios de Bertrand son típicamente múltiples, mientras que el equilibrio competitivo es único, y Vives (1999) ha mostrado que, en esos mercados, la asignación correspondiente al equilibrio perfectamente competitivo coincide con la generada por uno de los posibles equilibrios de Bertrand.[1] Estos resultados contrastan fuertemente con los que surgen para mercados en los que hay diferenciación de productos, en los cuales el equilibrio de Bertrand es típicamente único (véase, por ejemplo, Caplin y Nalebuff, 1991) y distinto del equilibrio competitivo.

El propósito de este trabajo es desarrollar un modelo para productos homogéneos que siga la idea de Dastidar, y mostrar que, si le introducimos un grado reducido de diferenciación de productos, se convierte en un caso en el cual el equilibrio de Bertrand es único. Cuando la diferenciación tiende a cero, dicho equilibrio de Bertrand converge al único equilibrio perfectamente competitivo del mercado con productos homogéneos. La forma de introducir la diferenciación de productos es a través de un consumidor representativo que maximiza una función de utilidad CES generalizada, para la cual la sustitución entre las diferentes variedades del mismo producto se mide a través de un único parámetro. A fin de mantener el modelo lo más simple posible, nos concentraremos en un caso con sólo dos variedades, en el que cada una de ellas es provista por una empresa distinta. Los correspondientes equilibrios de Bertrand, por lo tanto, serán los de un duopolio en el cual los oferentes son empresas simétricas.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 estudiamos los equilibrios de Bertrand de mercados con productos homogéneos, y hallamos las condiciones para que existan múltiples equilibrios. En la sección 3 estudiamos el único equilibrio de Bertrand que existe para los mercados con diferenciación de productos, y su convergencia al equilibrio perfectamente competitivo cuando dicha

[1] En un trabajo anterior (Coloma y Saporiti, 2006) hemos mostrado que algunos de esos resultados pueden extenderse a mercados con funciones de costos no convexas, que pueden tener equilibrios de Bertrand múltiples aun en situaciones en las cuales no existe el equilibrio perfectamente competitivo.

diferenciación tiende a cero. Finalmente, en la sección 4 analizamos las principales conclusiones de todo el trabajo.

2. MERCADOS DE PRODUCTOS HOMOGENEOS

Imaginemos un mercado con dos empresas oferentes, y que cada una de ellas tiene una función de costos continua, diferenciable, creciente y estrictamente convexa $C(Q_i)$, donde Q_i es la cantidad provista por la iésima empresa. Supongamos también que $C(0) = 0$.

El producto que se comercia en este mercado es homogéneo, con una demanda total igual a $Q = D(P)$, donde Q es la cantidad total, P es el precio que pagan los consumidores, y D es una función continua, diferenciable y decreciente de P, tal que $lim_{P\to\infty}D(P) = 0$.

En una situación de competencia en precios, cada una de estas empresas enfrenta la siguiente demanda individual:

$$D_i(P_i,P_j) = \begin{cases} 0 & (\text{si } \mathrm{P_i} > P_j) \\ \dfrac{D(P_i)}{2} & (\text{si } \mathrm{P_i} = P_j) \\ D(P_i) & (\text{si } \mathrm{P_i} < P_j) \end{cases};$$

donde P_i es el precio de la iésima empresa y P_j es el precio elegido por su competidora.[2]

El beneficio de la iésima empresa, por lo tanto, se define como:

$$\Pi_i(P_i, P_j) = P_i \cdot D_i(P_i, P_j) - C(D_i(P_i, P_j));$$

o, alternativamente, como una función de la cantidad producida y vendida que adopta la siguiente forma:

$$\Pi_i(Q_i) = P_i \cdot Q_i - C(Q_i).$$

Dado todo esto, podemos elaborar una definición del equilibrio perfectamente competitivo (EPC) de este mercado, que será la siguiente:

---

[2] Nótese que esta definición de la demanda individual implica suponer una "regla de reparto igualitario" (*equal sharing rule*). Para ver cómo dicha regla difiere de otras reglas alternativas, véase Hoernig (2007).

Definición 1 (equilibrio perfectamente competitivo): Dado un precio no negativo (P_c), un EPC es un par $(Q_1, Q_2) \in \Re^2_+$ tal que, para cada $i = 1, 2$, se da que:

$$Q_i = \arg\max_{Q_i \in \Re_+} \left\{ P_c \cdot Q_i - C(Q_i) \right\} \quad \text{(C1);}$$

$$P_c \cdot Q_i - C(Q_i) \geq 0 \quad \text{(C2);}$$

$$Q_1 + Q_2 = D(P_c) \quad \text{(C3).}$$

Nótese que C3, junto con la regla de reparto igualitario implícita en la definición de las demandas individuales, implica que, si (Q_1, Q_2) es un EPC para un precio $P_c \geq 0$, entonces $Q_1 = Q_2 = D(P_c)/2$. Podemos por lo tanto referirnos a (P_c, Q_c) como un equilibrio perfectamente competitivo, entendiendo que eso significa que $(Q_1, Q_2) = (Q_c, Q_c)$ satisface las condiciones C1-C3 al precio P_c.

Los supuestos acerca de D y C garantizan que siempre es posible encontrar un par de valores positivos de P_c y Q_i que satisfagan las condiciones C1 y C3. Más aún, C2 también se satisfará a través del par (P_c, Q_i) implícito en las igualdades C1 y C3. Conceptualmente, esto ocurre porque C1 y C3 determinan una asignación para la cual el precio es igual al costo marginal de cada una de las empresas que operan en el mercado, y la convexidad estricta de $C(Q_i)$ garantiza que el costo medio es siempre menor que el costo marginal para valores positivos de Q_i. P_c, por lo tanto, será siempre mayor que el correspondiente costo medio, por lo que los beneficios serán positivos y C2 se satisfará también en equilibrio.

Nuestro siguiente paso es ahora definir al equilibrio de Bertrand en estrategias puras (EBP), correspondiente a un duopolio con productos homogéneos. El mismo es el que satisface la siguiente definición:

Definición 2 (equilibrio de Bertrand): Un EBP es un par $(P_1, P_2) \in \Re^2_+$ tal que, para cada $i \neq j$, se da que:

$$\Pi_i(P_i, P_j) \geq \Pi_i(\hat{P}, P_j) \quad (\text{para todo } \hat{P} \in \Re_+) \quad \text{(E1);}$$

$$\Pi_i(P_i, P_j) \geq 0 \quad \text{(E2);}$$

$$Q_i(P_i, P_j) = D_i(\hat{P}, P_j) \quad \text{(E3);}$$

donde $Q_i(P_i, P_j)$ es la cantidad provista por la iésima empresa cuando los precios son (P_i, P_j).

Es relativamente sencillo mostrar que, si existe un EBP, entonces $P_1 = P_2 = P_b$. Y como la regla de reparto supuesta implica que $D_1(P_b, P_b) = D_2(P_b, P_b) = D(P_b)/2$, entonces E2 puede re-escribirse del siguiente modo:

$$P_b \cdot \frac{D(P_b)}{2} - C\left(\frac{D(P_b)}{2}\right) \geq 0 \qquad \text{(E4);}$$

en tanto que E1 requiere que:

$$P_b \cdot \frac{D(P_b)}{2} - C\left(\frac{D(P_b)}{2}\right) \geq \hat{P} \cdot D(\hat{P}) - C\left(D(\hat{P})\right) \quad (\text{para todo } \hat{\mathrm{P}} < \mathrm{P_b}) \qquad \text{(E5).}$$

Cuando E4 se satisface como una igualdad estricta, P_b pasa a ser el mínimo precio (P_{min}) que puede sostenerse como un equilibrio de Bertrand. Del mismo modo, cuando E5 se satisface como una igualdad estricta, obtenemos el máximo precio (P_{max}) que puede sostenerse como un EBP. P_{min} y P_{max} son entonces los precios de equilibrio en los cuales tienen lugar, como igualdades estrictas, las dos condiciones básicas para que un equilibrio de Bertrand se sostenga. En efecto, cuando las dos empresas están cobrando simultáneamente P_{min}, ambas están teniendo beneficios nulos, y ninguna de ellas estará dispuesta a cobrar un precio menor porque eso implicaría que estaría obteniendo un beneficio negativo (menor que el que se obtiene sin vender nada). Por otro lado, cuando las dos empresas están cobrando simultáneamente P_{max}, ambas están cobrando un precio que las vuelve indiferentes entre vender la cantidad que están vendiendo y quedarse como monopolistas de todo el mercado. Ninguna de ellas está por lo tanto dispuesta a cobrar un precio menor, porque en tal caso quedarse con todo el mercado les estaría generando un beneficio menor al que obtienen vendiendo $D(P_{max})/2$.

Para que el conjunto de equilibrios de Bertrand no esté vacío, es necesario que $P_{max} \geq P_{min}$. De hecho, si $P_{max} > P_{min}$, entonces existe un continuo de equilibrios de Bertrand (P_1, P_2), con la propiedad de que en cada uno de ellos se da que $P_1 = P_2 \in [P_{min}, P_{max}]$.[3] Uno de los elementos de este conjunto es el precio de equilibrio perfectamente competitivo (P_c), tal como se muestra en la proposición 1.

Proposición 1: Si (P_c, Q_c) es un EPC, entonces (P_c, P_c) es un EBP, y $P_c \in [P_{min}, P_{max}]$.

Prueba: Supóngase, por el contrario, que (P_c, P_c) no es un EBP. Nótese primero que, dado que (P_c, Q_c) es un EPC, entonces C2 y C3 implican que E3 y E4 se satisfacen para (P_c, P_c). Debe entonces existir un precio P_i tal que $\Pi_i(P_i, P_c) > \Pi_i(P_c, P_c) \geq 0$. Esto implica que $\Pi_i(P_i, P_c) = P_i \cdot D_i(P_i, P_c) - C(D_i(P_i, P_c)) > 0$ y que, por lo tanto, $P_i < P_c$.

[3] Nótese que todos estos equilibrios son "equilibrios de Bertrand" y no "equilibrios de Bertrand-Edgeworth", ya que E3 requiere que las empresas satisfagan toda la demanda a los precios de equilibrio. Su única variable de decisión, por lo tanto, es el precio que cobran y no la cantidad que venden. Para una explicación acerca de la diferencia entre los equilibrios de Bertrand y los de Bertrand-Edgeworth, véase Vives (1999), capítulo 5.

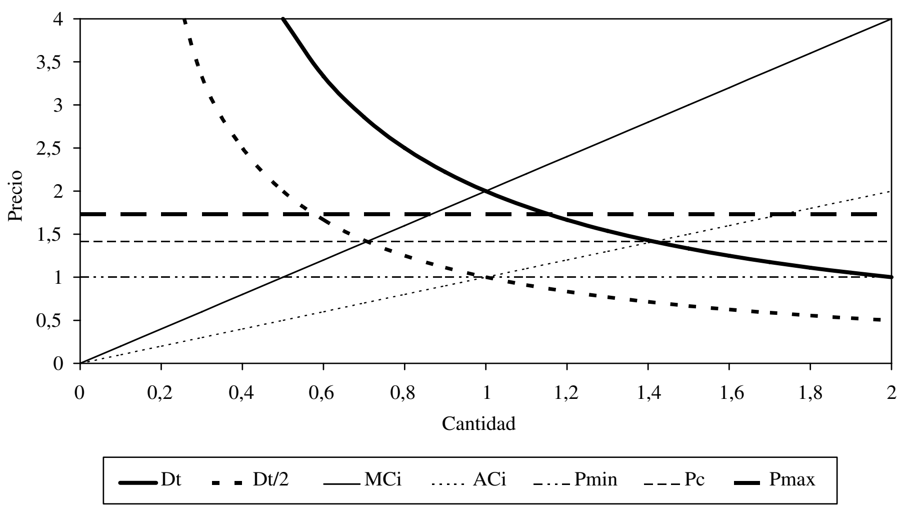
En ese caso, entonces, $Q_i = D_i(P_i, P_c) = D(P_i)$, y necesariamente se da que $Q_i > Q_c$. Pero, como $C(Q_i)$ es una función convexa, entonces debe darse que $\partial C(Q_i)/\partial Q_i > \partial C(Q_c)/\partial Q_i = P_c$. Y como $P_i < P_c$, entonces todas las unidades adicionales a Q_c se estarán vendiendo a un precio inferior a su costo marginal. Esto implica que $\Pi_i(P_i, P_c) < \Pi_i(P_c, P_c)$, lo cual es una contradicción con la idea de que (P_c, P_c) no es un EBP. (P_c, P_c), entonces, tiene que ser forzosamente un EBP, o sea, $P_c \in [P_{min}, P_{max}]$, qed.[4]

La proposición 1 nos muestra que la existencia de un equilibrio perfectamente competitivo es una condición suficiente para que exista el equilibrio de Bertrand. Esto se debe a que, por definición, $P_c > P_{min}$ y $P_{max} > P_c$, por lo cual, si P_c existe, entonces el intervalo $[P_{min}, P_{max}]$ no es un conjunto vacío. La asignación correspondiente al EPC, por ende, es una de las múltiples asignaciones correspondientes a un EBP que este tipo de mercados exhiben.

Consideremos ahora un ejemplo numérico de un mercado con dos empresas, en el que cada una de ellas tiene una función de costo total $C_i = Q_i^2$. Supongamos que la demanda total del mercado es $Q = 2/P$. El correspondiente equilibrio perfectamente competitivo ocurre cuando $P_c = 2 \cdot Q_i$ (condición de maximización de beneficios de la iésima empresa) y el precio de equilibrio es igual a $P_c = 2/(2 \cdot Q_i)$. Igualando ambas

GRAFICO 1

MERCADO DE PRODUCTOS HOMOGENEOS



[4] Esta prueba es una variación de la que aparece en Coloma y Saporiti (2006). Agradezco el aporte de uno de los comentaristas anónimos, que ayudó a mejorar la exposición de la prueba en cuestión.

condiciones se llega a un equilibrio en el cual $Q_i = 0{,}7071$ y $P_c = 1{,}4142$. Esta asignación genera un beneficio positivo para los dos duopolistas, que es igual a $\Pi_i = 0{,}5$. Para comprobar que P_c pertenece al intervalo de equilibrios de Bertrand simétricos, podemos chequear que $P_{max} > P_c > P_{min}$. En efecto, en este ejemplo P_{min} es el precio para el cual se da simultáneamente que $P = Q_i$ y $P = 2/(2 \cdot Q_i)$, y esto ocurre cuando $Q_i = 1$ y $P_{min} = 1$. Por otro lado, P_{max} es el precio para el cual se da simultáneamente que $P \cdot Q_i - Q_i^2 = P \cdot (2 \cdot Q_i) - (2 \cdot Q_i)^2$ y $P = 2/(2 \cdot Q_i)$, y esto ocurre cuando $Q_i = 0{,}5774$ y $P_{max} = 1{,}7321$. Como vemos, $1{,}7321 > 1{,}4142 > 1$, y esto confirma que el intervalo $[P_{min}, P_{max}]$ no está vacío, y que P_c pertenece a dicho intervalo.

El ejemplo numérico descrito en el párrafo anterior aparece representado en el Gráfico 1. En él vemos la curva de demanda total postulada (*Dt*) y la porción de dicha curva que corresponde a cada una de las dos empresas que operan en el mercado (*Dt*/2). También hemos dibujado la curva de costo marginal individual (*MCi*) y la de costo medio individual (*ACi*). Dados esos elementos, el límite inferior del intervalo de precios de equilibrio de Bertrand (*Pmin*) queda determinado por el punto en el cual *ACi* se cruza con *Dt*/2, en tanto que el precio de equilibrio perfectamente competitivo es aquél para el cual *MCi* se cruza con *Dt*/2. Finalmente, el límite superior del intervalo de precios de equilibrio de Bertrand (*Pmax*) es aquél para el cual la distancia entre *MCi* y *Dt*/2 coincide exactamente con la distancia entre *Dt* y *MCi*.

3. MERCADOS DE PRODUCTOS DIFERENCIADOS

Supongamos ahora que cada uno de los duopolistas que operan en el mercado provee un producto diferenciado. A efectos de simplificar el problema, supondremos que la diferenciación es simétrica, y que cada empresa enfrenta la siguiente función de demanda:

$$Q_i = \frac{D(R_i)}{2} \quad \text{(para i = 1, 2).}$$

En este contexto, D es la misma función de demanda utilizada en la sección 2, y R_i es la siguiente función de P_i y P_j:

$$R_i = \frac{P_i + P_i^{\frac{1}{\theta}} \cdot P_j^{\frac{\theta-1}{\theta}}}{2} \quad \text{(para i = 1, 2 y j} \neq \text{i);}$$

donde $\theta \in [0, 1]$ es un parámetro que mide la diferenciación de productos. Cuando θ tiende a uno, la diferenciación es máxima, y $Q_i = D(P_i)/2$ para cualquier valor de P_i y P_j. Cuando θ tiende a cero, en cambio, el producto se vuelve homogéneo (y la función de demanda individual converge a la que hemos visto en la sección 2).

Esta función de demanda puede derivarse de un problema de optimización de un consumidor representativo. Las preferencias de este consumidor son una generalización de la denominada "función de utilidad con elasticidad de sustitución constante"

(CES), cuya forma es $U = U(Q_1^{1-\theta}+Q_2^{1-\theta}, Q_3,..., Q_n)$. Los dos productos bajo análisis son los productos 1 y 2, respectivamente, y el supuesto implícito es que el ingreso y los precios de los demás productos permanecen constantes.[5]

En un mercado como este, el equilibrio de Bertrand en estrategias puras debe satisfacer las mismas condiciones establecidas en la definición 2, es decir:

$$\Pi_i(P_i,P_j) \geq \Pi_i(\hat{P},P_j) \quad (\text{para todo } \hat{\mathrm{P}} \in \Re_+) \qquad \text{(E1)};$$

$$\Pi_i(P_i,P_j) \geq 0 \qquad \text{(E2)};$$

$$Q_i(P_i,P_j) = D_i(\hat{P},P_j) \qquad \text{(E3)}.$$

Si este mercado tiene un EBP, el mismo debe ser único. Esto se debe esencialmente a las características que hemos postulado respecto de la función de demanda (continua, decreciente y diferenciable) y de la función de costo total de las empresas (continua, creciente, diferenciable y convexa). Este EBP único implica una asignación formada por un par de precios y cantidades simétricas (P_i, Q_i), que satisfacen simultáneamente las condiciones E1 y E3, y que existe siempre en tanto dicho par también satisfaga la condición E2. Cuando θ tiende a cero, esta asignación converge al equilibrio perfectamente competitivo del caso con productos homogéneos, y por lo tanto existe. También existe para cualquier $\theta > 0$, dándose además que el precio de equilibrio de Bertrand es creciente en θ. La asignación de equilibrio perfectamente competitivo, en cambio, es la misma para cualquier $\theta \in [0, 1]$, y por lo tanto su correspondiente precio de equilibrio es siempre menor que el precio de equilibrio de Bertrand.[6] Todos estos resultados se establecen formalmente en las proposiciones 2 y 3.

Proposición 2: Si (P_c, Q_i) es un EPC cuando $\theta = 0$, entonces también es un EPC para todo $\theta > 0$.

Prueba: Si (P_c, Q_i) es un EPC cuando $\theta = 0$, entonces $P_c = \partial C_i/\partial Q_i$ y $Q_i = D(P_c)/2$. Como esto implica una asignación simétrica, entonces $P_c = P_i = R_i$, y por lo tanto $R_i = \partial C_i/\partial Q_i$ y $Q_i = D(R_i)/2$. Como estas igualdades rigen para cualquier $\theta > 0$, entonces (P_c, Q_i) también es un EPC para cualquier $\theta > 0$, qed.

---

5 En rigor, esta generalización de la función de utilidad CES podría emplearse también para casos en los cuales existen más de dos variedades diferenciadas del mismo producto. La diferenciación, sin embargo, debería ser simétrica, en el sentido de que el número de parámetros de elasticidad de sustitución (θ) tendría que mantenerse constante e igual a uno.

6 De hecho, estos fenómenos también podrían aparecer en otros modelos de diferenciación de productos distintos del desarrollado en este trabajo, tales como el modelo de la "ciudad lineal" de Hotelling (1929) y el denominado "modelo de Bowley", utilizado por Spence (1976). En dichos modelos, sin embargo, no se produce la convergencia al caso homogéneo de las funciones de demanda individual que sí tiene lugar cuando se parte de una función de utilidad CES generalizada.

Proposición 3: Cuando θ > 0, existe una única asignación de EBP, cuyo precio de equilibrio converge al de EPC ($P_i \rightarrow P_c$) cuando $\theta \rightarrow 0$.

Prueba: Si aplicamos E1 y E3 en el contexto de una función de demanda continua, decreciente y diferenciable, y de una función de costo total continua, creciente, diferenciable y convexa, esto implica que la iésima empresa maximiza sus beneficios cuando se da que:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial P_i} = Q_i + \left(P_i - \frac{\partial C_i}{\partial Q_i} \right) \cdot \frac{\left(\partial D / \partial R_i\right)}{2} \cdot \left(\frac{1+\theta}{2 \cdot \theta} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{P_i - \partial C_i / \partial Q_i}{P_i} = \frac{2 \cdot \theta}{\eta \cdot (1+\theta)};$$

donde η es el valor absoluto de la elasticidad precio propia de $D(P_i)$. Si θ > 0, entonces (2·θ)/[η·(1+θ)] > 0, y por lo tanto $P_i > \partial C(Q_i)/\partial Q_i > \partial C(Q_c)/\partial Q_i = P_c$. Esto garantiza que E2 se satisface. Cuando θ → 0, entonces (2·θ)/[η·(1+θ)] → 0, y por lo tanto $P_i \rightarrow \partial C(Q_i)/\partial Q_i \rightarrow \partial C(Q_c)/\partial Q_i = P_c$, qed.

Para ilustrar estos resultados, considérese el ejemplo numérico desarrollado en la sección 2. Si a dicho ejemplo le introducimos diferenciación de productos, entonces la función de demanda para la iésima empresa se convierte en:

$$Q_i = \frac{4}{P_i + P_i^{\frac{1}{\theta}} \cdot P_j^{\frac{\theta-1}{\theta}}};$$

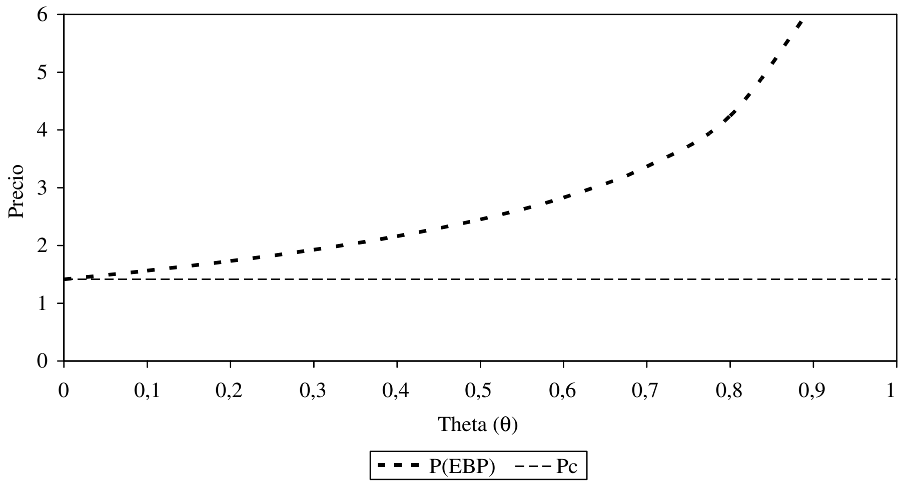
y el equilibrio perfectamente competitivo ocurre cuando $Q_i = 0{,}7071$ y $P_c = 1{,}4142$. Esto es independiente del valor de θ, porque, cuando $P_i = P_j$, entonces $Q_i = 2/P_i$. La correspondiente asignación de equilibrio de Bertrand, en cambio, se da cuando $P_i = [2\cdot(1+\theta)/(1-\theta)]^{0,5}$ y $Q_i = [(1-\theta)/(2+2\cdot\theta)]^{0,5}$, y por lo tanto sí depende del valor de θ. El precio de equilibrio de Bertrand es creciente en el parámetro θ, y converge a infinito cuando θ tiende a uno, y a $P_i = P_c = 1{,}4142$ cuando tiende a cero. La cantidad de equilibrio de Bertrand, por su parte, es decreciente en el parámetro θ, y converge a cero cuando θ tiende a uno, y a $Q_i = 0{,}7071$ cuando θ tiende a cero.

El Gráfico 2 es una representación de nuestro ejemplo numérico. En él se ve que, mientras el precio de equilibrio perfectamente competitivo (*Pc*) es siempre el mismo para cualquier valor de θ entre cero y uno, el precio de equilibrio de Bertrand (*P*(*EBP*)) es creciente en θ, y se iguala con *Pc* cuando θ tiende a cero.

El lector se preguntará por qué el rango de equilibrios de Bertrand simétricos y múltiples del caso homogéneo, dado por $[P_{min}, P_{max}]$, desaparece cuando introducimos diferenciación de productos. La respuesta tiene que ver con el hecho de que, cuando θ = 0, las demandas individuales no son continuas en el equilibrio simétrico, y "saltan" de Q_i a $2 \cdot Q_i$ cuando P_i se reduce levemente. Si θ > 0, en cambio, las demandas individuales son continuas cuando las dos empresas cobran el mismo precio, y esta continuidad es precisamente la característica que determina que la asignación de EBP sea única.

GRAFICO 2

PRECIOS DE EBP Y EPC CON DIFERENCIACION DE PRODUCTOS



4. COMENTARIOS FINALES

Este trabajo ha tratado de conciliar dos resultados opuestos de la literatura asociada al concepto de equilibrio de Bertrand. Uno de ellos es el que aparece en Dastidar (1995), que muestra que los equilibrios de Bertrand en estrategias puras son típicamente múltiples en un caso de productos homogéneos.[7] El otro es el que aparece en Caplin y Nalebuff (1991) y otros artículos similares, que muestra que el equilibrio de Bertrand es típicamente único en casos de productos diferenciados.

Al construir un modelo de duopolio en el que la diferenciación se mide a través de un único parámetro, hallamos que la unicidad queda preservada, y que el equilibrio de Bertrand de un mercado con diferenciación de productos converge al equilibrio perfectamente competitivo cuando dicha diferenciación tiende a cero. Consecuentemente, la asignación de equilibrio perfectamente competitivo es la única asignación de equilibrio de Bertrand del caso con productos homogéneos que sobrevive una perturbación consistente en la introducción de un grado reducido de diferenciación de productos.

Esta particularidad del equilibrio perfectamente competitivo permite ver a dicho equilibrio como el único equilibrio de Bertrand que sobrevive cuando los productos dejan de ser homogéneos y pasan a ser (levemente) diferenciados. El hecho de que

[7] Véase también Hoernig (2002), quien muestra que en ese contexto también hay múltiples equilibrios de Bertrand en estrategias mixtas.

con productos completamente homogéneos existan numerosos equilibrios de Bertand, por lo tanto, es en cierto modo una “patología” propia de la circunstancia de que la homogeneidad de productos vuelve discontinuas las demandas individuales de las empresas, y crea un espacio para que asignaciones que en un contexto continuo no serían de equilibrio pasen a serlo. El agregar un grado pequeño de diferenciación de productos lleva por lo tanto a que sólo sobreviva como equilibrio una asignación más “robusta” que las demás.

REFERENCIAS

BERTRAND, J. (1883). “Théorie Mathématique de la Richesse Social”, *Journal des Savants* 68, pp. 499-508.

CAPLIN, A. y B. NALEBUFF (1991). “Aggregation and Imperfect Competition: On the Existence of Equilibrium”, *Econometrica* 59, pp. 25-59.

COLOMA, G. y A. SAPORITI (2006). “Bertrand Equilibria in Markets with Fixed Costs”, *Economics Discussion Paper* 0627, University of Manchester.

DASTIDAR, K. (1995). “On the Existence of Pure Strategy Bertrand Equilibrium”, *Economic Theory* 5, pp. 19-32.

HOERNIG, S. (2002). “Mixed Bertrand Equilibria Under Decreasing Returns to Scale: An Embarrassment of Riches”, *Economics Letters* 74, pp. 359-362.

HOERNIG, S. (2007). “Bertrand Games and Sharing Rules”, *Economic Theory* 31, pp. 573-585.

HOTELLING, H. (1929). “Stability in Competition”, *Economic Journal* 39, pp. 41-57.

SPENCE, M. (1976). “Product Differentiation and Welfare”, *American Economic Review* 66, pp. 407-414.

VIVES, X. (1999). *Oligopoly Pricing*, MIT Press, Cambridge (hay versión en español: *Precios y oligopolio*, Antoni Bosch, Barcelona).